

תנועת לוויינים



רבים מכנים את תקופתנו "עידן החלל". אנו משתמשים בחלל באורח יומיומי, אולי מבלי לתת על כך את הדעת - לווייני תקשורת הנעים במסלוליהם בחלל מעבירים לבתינו דיווחים מידיים על הנעשה בכל חלקי כדור הארץ, כאילו היו כל שוכני כדור הארץ גרים בכפר קטן אחד. ייתכן כי ברגע זה ממש, בזמן שאתם קוראים שורות אלה, אסטרונאוטים מקצוענים, אנשי מדע, צלמים ואולי אפילו מורים אמיצים שוהים בחלל. בשנת 1969, בזמן שנכתבה המהדורה הראשונה (האנגלית) של ספר זה, נחתו לראשונה בני אדם על הירח. כיום מדברים על מושבות בחלל - מתקנים עצומים שבהם יהו בני אדם רבים תקופות ממושכות בחלל, לצורכי מחקר ואפילו לצורכי תעשייה. אולם אך לפני כמה עשרות שנים, אולי בעת שסבא וסבתא שלכם היו תלמידים בני גילכם, הרעיון שבני אדם יהיו בחלל, ינחתו על הירח, ינחיתו חלליות מתוחכמות על מאדים ויחלפו בסמוך לכוכבי הלכת המרוחקים ביותר, נתפש כדמיוני לחלוטין. וייתכן שמשעות בחלל - רעיון שכיום אנו מתייחסים אליו כאל דמיון פרוע - יהפכו למציאות כבר בעוד עשרים שנה. תחילתו של המסע המדהים והמרתק לחלל היתה בשנת 1665 בחווה חקלאית בעיירה וולסתורפ שבאנגליה. שם הגה איזק ניוטון את רעיון הכבידה העולמית ואת תפקידה בתנועת הירח, כוכבי הלכת והלוויינים.

מראה התפוח הנופל הוא שהצית, כנראה, במוחו של ניוטון את הרעיון שלפיו כוח המשיכה של כדור הארץ פועל לא רק על התפוח אלא מגיע עד לירח ואף מעבר לו. ניוטון הקדיש מחשבה מרובה לעובדה שהירח אינו נע בקו ישר, אלא מקיף את כדור הארץ במסלול מעגלי. על יסוד רעיון ההתמדה, שפיתח גלילאו קודם לכן, ידע ניוטון כי ללא כוח חיכוך הפועל על גוף נע, הוא ממשיך לנוע במהירות קבועה לאורך קו ישר. הוא ידע כי אם חל שינוי בגודל מהירותו של גוף

נע או בכיוונה, כוח הוא שאחראי לכך. ההברקה של ניוטון היתה כי הכוח שמושך את התפוח לקרקע מגיע עד לירח, והוא שמושך אותו ומאלצו לנוע במסלול מעגלי מסביב לכדור הארץ.

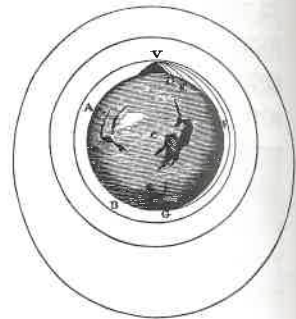
בפרק הקודם ראינו שהירח "נופל" אל מתחת למסלול הישר שבו היה נע אילו לא פעל עליו כל כוח. השערתו של ניוטון היתה שהירח הוא כעין קלע הסובב את כדור הארץ בהשפעת משיכת הכבידה. ניוטון הבהיר רעיון זה בעזרת רישום שערך (ראו איור 9.1). הוא השווה את תנועתו של הירח לתנועתו של כדור תותח שנורה מראש הר גבוה. ניוטון דימה לעצמו שפסגת ההר נמצאת מעל לאטמוספירה של כדור הארץ, כך שהתנגדות האוויר לא תאט את תנועתו של הכדור. אילו ירו את הכדור במהירות אופקית נמוכה, הוא היה נע לאורך קו פרבולי ועד מהרה היה פוגע בקרקע. אילו היתה מהירות הכדור גבוהה יותר, עיקום הקו היה קטן יותר, והכדור היה פוגע בקרקע במקום רחוק יותר. אילו היה הכדור נורה במהירות גבוהה דיה, טען ניוטון, הקו הפרבולי היה הופך למעגל, וכדור התותח היה נכנס למסלול, ומקיף את כדור הארץ באופן קבוע.

הן לכדור התותח והן לירח יש מהירות "צד", או מהירות משיקית - מהירות מקבילה לפני כדור הארץ - שדי בה כדי להבטיח תנועה מסביב לכדור הארץ ולא אל פניו. הואיל והירח נע בחלל, שבו אין התנגדות-אוויר המסוגלת להקטין את מהירותו, הוא "נופל" מסביב לכדור הארץ עד אין קץ.

כדי שרעיון יהפוך מהשערה לתיאוריה, יש להעמיד אותו במבחנים מדויקים. המבחן של ניוטון היה לבדוק האם נפילת הירח אל מתחת למסלול ההתמדה הישר נמצאת ביחס הנכון לנפילתו של תפוח, או של כל גוף אחר, סמוך לפני הארץ. טענתו היתה שלמסת הירח אין כל השפעה על צורת נפילתו, ממש כפי שלמסה אין השפעה על תאוצתם של גופים שונים הנופלים נפילה חופשית על הארץ (הניסוי המפורסם של גלילאו, זוכרים!). מרחק הנפילה של הירח ומרחק הנפילה של התפוח סמוך לפני כדור הארץ צריכים להיות תלויים לא במסות שלהם, אלא רק במרחקיהם היחסיים ממרכז כדור הארץ. אם מרחק הנפילה של הירח וזה של התפוח נמצאים ביחס הנכון זה לזה, טען ניוטון, אזי יש לקבל ברצינות את ההשערה שכבידת כדור הארץ מגיעה עד לירח.

ידוע היה כי המרחק ממרכז כדור הארץ אל מרכז הירח גדול פי 60 מהמרחק ממרכז כדור הארץ אל התפוח הנמצא סמוך לפני כדור הארץ. התפוח נופל כמעט 5 מטרים (4.9 מ') בשנייה הראשונה של נפילתו. ניוטון טען כי לפי החוק השלישי של קפלר משיכת הכבידה אמורה להיחלש בהתאם לריבוע ההופכי של המרחק.

הירח הנופל

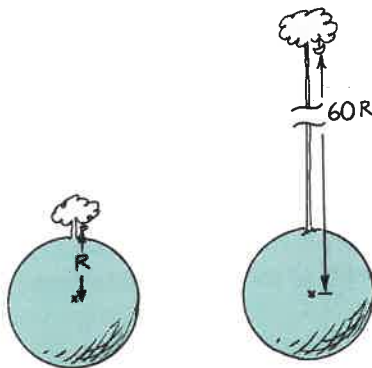


איור 9.1

"ככל שהמהירות שבה [אבן] נזרקת... גדולה יותר, כך היא תגיע למרחק גדול יותר בטרם תיפול לאדמה. נוכל איפוא להניח כי הגדלנו את המהירות כך שהיא תתאר קשת של 1, 2, 5, 10, 100, 1000 מיל בטרם תגיע לארץ, עד שלבסוף היא תעבור את גבולות כדור הארץ לחלל מבלי לנגוע." (איזק ניוטון, מערכת העולם).

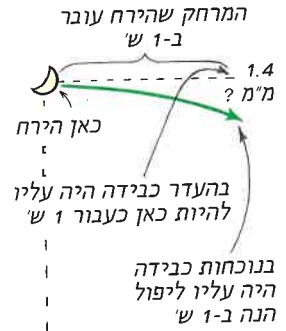
איור 9.2

תפוח נופל 4.9 מטרים בשנייה הראשונה לנפילתו אם הוא נמצא סמוך לפני כדור הארץ. ניוטון שאל מה המרחק שהיה הירח נופל באותו פרק זמן לאור העובדה שמרחקו ממרכז כדור הארץ גדול פי 60. תשובתו היתה (ביחידות שלנו): 1.4 מ"מ.



9.3 איור

הכוח המושך תפוחים מן העצים מושך גם את הירח למסלולו. המעגל של מסלול הירח צריך להימצא 1.4 מ"מ מתחת לנקודה על הקו הישר שבהעדר הכוח היה הירח נמצא בה כעבור שנייה אחת.



וכך, אם מרחקו של הירח גדול פי 60, המרחק שהוא עובר בנפילתו לעבר כדור הארץ במשך שנייה אחת צריך להיות פי $1/(60)^2$ ממרחק נפילתו של התפוח. בשנייה אחת הירח אמור ליפול, אם כן, $1/(60)^2$ של 4.9 מטרים, שהם 1.4 מילימטר*.

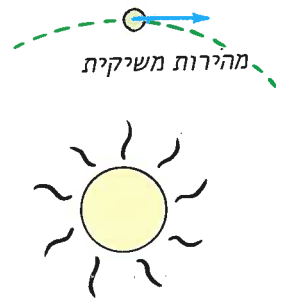
ניוטון אָמת את השערתו. בכל שנייה הירח נופל 1.4 מילימטרים מתחת לקו המשיק שלאורכו היה אמור לנוע בהעדר כבידה (איור 9.3). עד מהרה התברר כי כדור הארץ וכוכבי הלכת מקיפים את השמש במסלולים בדיוק כפי שהירח מקיף את כדור הארץ. כוכבי הלכת "נופלים" ללא הרף מסביב לשמש במסלולים סגורים. מדוע אין כוכבי הלכת מתרסקים על פני השמש? הסיבה לכך היא מהירותם המשיקית. מה היה קורה אילו מהירותם המשיקית של כוכבי הלכת היתה קטנה לפתע לאפס? התשובה לכך פשוטה: מאותו רגע הם היו נעים בקו ישר לכיוון השמש ועד מהרה היו מתרסקים אל תוכה. כל העצמים במערכת השמש שמלכתחילה לא היתה להם מהירות משיקית מספקת, התרסקו זה מכבר אל תוך השמש. מה ששרד, אותם גופים המוכרים לנו במערכת השמש, כגון כוכבי הלכת והשביטים, מהווה את ההרמוניה שבה הבחינו כבר האסטרונומים הקדומים.

מסלולים מעגליים

בפרק 3 ראינו כי המהירות המשיקית הדרושה לקלע כדי להקיף את כדור הארץ היא 8 קילומטרים בשנייה. בכל שנייה מתקדם הקלע שמונה קילומטרים בכיוון האופקי (המשיק) ונופל 4.9 מטרים אנכית (בכיוון הרדיאלי) - בדיוק כמרחק שבו מתעקמים פני כדור הארץ לכל 8 קילומטרים של המשיק. וכך, כדור תותח שישוגר אופקית במהירות 8 קילומטרים בשנייה מן "ההר של ניוטון" ינוע במקביל לעיקום פני הארץ ויקיף את כדור הארץ שוב ושוב (בתנאי שהתותחן והתותח יזוזו בינתיים מדרכו). אם הכדור ישוגר לאט יותר, הוא יפגע בקרקע; אם ישוגר מהר יותר הוא יחלוף, כפי שנינוכח בהמשך, מעבר למסלול המעגלי. ניוטון חישב את המהירות הדרושה למסלול מעגלי; הואיל ומהירות לוע כזאת לכדור תותח היתה בבירור בלתי אפשרית, הוא לא צפה את האפשרות שבני אדם ישגרו לוויינים (ניוטון לא חזה את פיתוחם של טילים רב-שלביים).

שימו לב לכך שבמסלול מעגלי כוח הכובד אינו משנה את גודל מהירותו של הלוויין, אלא רק את כיוונו. ניתן את דעתנו להשוואה בין לוויין במסלול מעגלי לבין כדור כדורת (באולינג) מתגלגל. מדוע אין כוח הכובד הפועל על כדור הכדורת משנה את גודל מהירותו? מפני שכוח הכובד אינו מושך קדימה או אחורה; כוח הכובד מושך הישר למטה. לכוח הכובד אין כל רכיב בכיוון התנועה (איור 9.5). כאלה הם פני הדברים גם לגבי לוויין הנע במסלול מעגלי; הוא נע תמיד

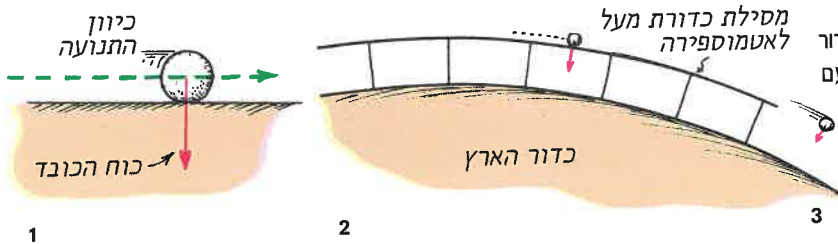
תנועת לוויינים



איור 9.4

תנועתה המשיקית של הארץ מסביב לשמש מאפשרת לה ליפול מסביב לשמש ולא הישר אל תוכה. אילו קטנה מהירות זו לאפס, מה היה גורלו של כדור הארץ?

* נבדוק את החישוב: $(0.0014 \text{ מ} / 60^2) = 4.9 \text{ מ} / 60^2$



איור 9.5

(1) כוח הכובד הפועל על כדור הכדורת יוצר זווית בת 90° עם כיוון התנועה, וכך אין לכוח כל רכיב המושך את הכדור קדימה או אחורה, והכדור מתגלגל במהירות קבועה בגודלה. (2) כך יקרה גם אם מסילת הגלגול של כדור הכדורת תהיה ארוכה יותר ותתכופף בדיוק לפי עיקום פני הארץ. (3) אם הכדור ינוע במהירות 8 ק"מ/שנייה ובהעדד התנגדות האוויר, האם מסילת הכדורת תהיה דרושה?

במאונך לשדה הכבידה של כדור הארץ. הוא אינו נע בכיוון השדה, דבר שהיה גורם להגדלת גודל המהירות; הוא גם אינו נע נגד כיוון השדה, מה שהיה מקטיין את גודל המהירות. הלוויין נע כל העת במאונך לשדה הכבידה של כדור הארץ, וכך לא חל כל שינוי בגודל המהירות - חלים רק שינויים בכיוון. וכך, הלוויין הנע במסלול המעגלי מרחף לו במהירות קבועה בגודלה במקביל לפני כדור הארץ.

שאלות

תנו דעתכם על כדור המתגלגל במסילת כדורת המקיפה את כדור הארץ סביב-סביב, ומורמת מעל פני הארץ במידה מספקת כך שניתן להזיח את התנגדות האוויר.

- מדוע לא היה כוח הכובד משנה את גודל מהירותו של הכדור?
- אילו הסירו קטע של המסילה באופן שייוצר פער גדול בין שני חלקיה, באיזו מהירות צריך הכדור לנוע כך שיעבור את הפער וימשיך בתנועתו כאילו לא קרה דבר? במהירות זאת, מה הפער הגדול ביותר האפשרי?

זמן המחזור (משך הזמן הדרוש להשלמת הקפה אחת) של לוויין סמוך לפני כדור הארץ הוא כ-90 דקות. במסלולים גבוהים יותר המהירות קטנה יותר וזמן המחזור ארוך יותר. לדוגמה, זמן המחזור של לווייני תקשורת, הממוקמים במסלול המצוי בגובה של 5.5 רדיוסי ארץ מעל פני כדור הארץ, הוא 24 שעות. זה זמן מחזור התואם בדיוק את קצב הסיבוב היומי של כדור הארץ סביב צירו. אם מסלול כזה ממוקם מעל קו המשווה, לוויין הנע לאורכו נשאר בדיוק מעל אותה נקודה על הקרקע. הירח נמצא במסלול רחוק עוד יותר וזמן המחזור שלו הוא 27.3 ימים. ככל שמסלולו של הלוויין מרוחק יותר, מהירותו קטנה יותר וזמן המחזור שלו ארוך יותר*.

תשובות:

- שינוי בגודל המהירות יחול רק אם כוח או רכיב של כוח פועל בכיוון התנועה. במקרה שלנו, מסילת הכדורת וכוח הכבידה מאונכים זה לזה בכל מקום, כך שאין בשום מקום רכיב של כוח בכיוון התנועה.
- כדי לדלג מעל לפער מבלי להתנגש בעבר השני, חייב הכדור לנוע במהירות של לוויין במסלולו. במצב זה מסלולו העקום של הכדור תואם את עיקום המסילה המקבילה לפני כדור הארץ, ולמעשה אפשר להסיר את המסילה לחלוטין תוך יצירת "פער" של 360° , מפני שהכדור יישאר במסלולו בכל מקרהו

* זמן המחזור הארוך נובע הן מהמהירות הקטנה יותר והן מהמסלול הארוך יותר. מהירותו של לוויין במסלול מעגלי נתונה בנוסחה: $v = \sqrt{GM/d}$ וזמן המחזור שלו הוא $T = 2\pi\sqrt{d^3/GM}$, כאשר G הוא קבוע הכבידה העולמי (ראו פרק 8), M היא מסת כדור הארץ (או כל גוף אחר שמקיף הלוויין), ו- d הוא מרחקו של הלוויין ממרכז כדור הארץ (או ממרכזו של גוף האם האחר) שמסביבו הוא סובב.

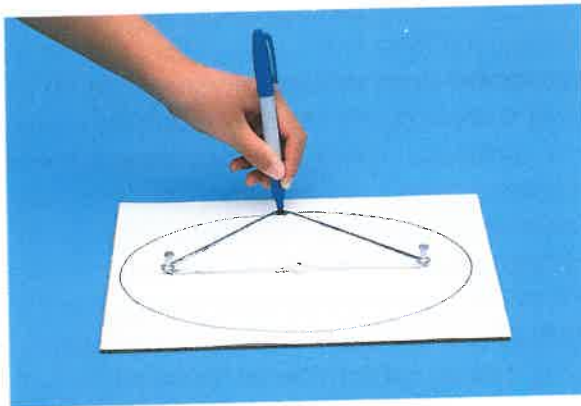
שאלות

1. אחד הצדדים היפים של הפיסיקה הוא העובדה שלרוב ישנם אופנים שונים שבהם אפשר להתבונן בתופעה נתונה ולהסבירה. האם, לדעתך, תקף ההסבר הבא – לוויינים נשארים במסלוליהם ואינם נופלים על כדור הארץ מפני שהם נמצאים מעבר לתחום שבו ההשפעה של משיכת הכובד ניכרת.
2. לוויינים במסלול מעגלי הסמוך לפני הארץ נופלים 4.9 מטרים לערך בכל שנייה של תנועתם במסלול. מדוע אין המרחקים הללו מצטברים וגורמים להתרסקותו של הלוויין על פני הארץ?

מסלולים בצורת אליפסה

אם יעניקו לקלע המצוי בדיוק מעל להשפעתה המעכבת של האטמוספירה מהירות גדולה במעט מ-8 ק"מ בשנייה, הוא יחלוף מעבר למסלול המעגלי ויתווה מסלול שצורתו סגלגלה (דמוית ביצה) – צורת **אליפסה**.

אליפסה היא עקומה גיאומטרית; זהו המסלול הסגור שיוצרת נקודה הנעה באופן שסכום מרחקיה משתי נקודות קבועות במישור הוא גודל קבוע; שתי הנקודות קרויות מוקדי האליפסה. עבור לוויין המקיף כוכב לכת, מוקד אחד נמצא במרכז כוכב הלכת; המוקד האחר – ריק. קל לבנות אליפסה בעזרת שני נעצים, אחד בכל מוקד, חוט שנקשר ללולאה, ועט (איור 9.6). ככל שהמוקדים קרובים יותר זה לזה, האליפסה דומה יותר למעגל. כאשר שני המוקדים מתלכדים, האליפסה הופכת למעגל. אנו רואים, איפוא, כי מעגל הוא מקרה פרטי של אליפסה.



איור 9.6

שיטה פשוטה לבניית אליפסה.

תשובות:

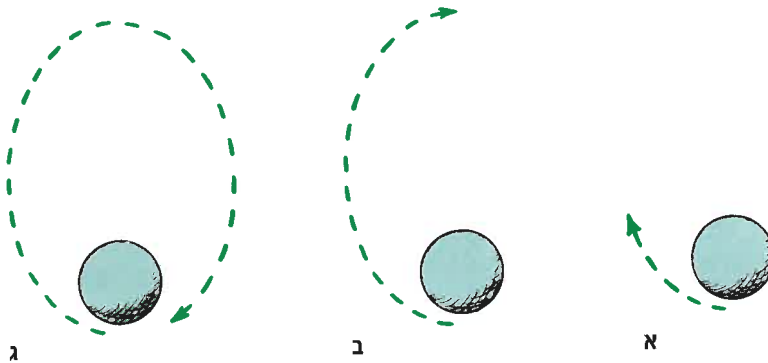
1. לא ולא, אלף פעמים לא! אילו נע גוף כלשהו מחוץ לתחום משיכת הכובד הוא היה מתקדם בקו ישר ולא במסלול עקום מסביב לכדור הארץ! הלוויינים נשארים במסלוליהם בגלל העובדה שהם נמשכים על ידי כוח הכובד, ולא מפני שהם מעבר לתחום השפעתו. בגבהים שבהם נמצאים רוב הלוויינים המלאכותיים שלנו, שדה הכבידה של כדור הארץ קטן רק באחוזים ספורים מזה שעל פני הארץ.
2. בכל שנייה הלוויין נופל 4.9 מטרים מתחת לקו הישר המשיק שבו היה נע בהעדר כבידה. גם פני כדור הארץ מתעקמים בשיעור 4.9 מטרים מתחת לקטע שאורכו 8 ק"מ על גבי הקו הישר המשיק לפנייהם. תהליך הנפילה במקביל לעיקום פני הארץ נמשך מקו משיק לקו משיק, וכך מסלולו העקום של הלוויין ועיקום פני הארץ תואמים זה את זה לאורך כל הדרך מסביב לכדור הארץ. לוויינים אכן מתרסקים, מפעם לפעם, אל פני כדור הארץ, אך זה קורה כשמהירותם המסלולית קטנה עקב התנגדות האוויר בשכבות הגבוהות של האטמוספירה.

לוויין במסלול מעגלי נע במהירות שגודלה קבוע; לעומת זאת, אם המסלול אליפסי, גודל המהירות משתנה מנקודה לנקודה. לוויין שמהירותו ההתחלתית גדולה מ-8 קילומטרים בשנייה, חולף מעבר למסלול המעגלי ומתרחק מכדור הארץ, תוך שהוא מתגבר על כוח הכובד. משום כך הוא מאבד ממהירותו. בדומה לאבן הנזרקת לאוויר, מהירותו הולכת ומואטת עד לנקודה שבה הוא חדל מלהתרחק ומתחיל ליפול בחזרה לעבר כדור הארץ. את שיעור המהירות שהוא מאבד בזמן ההתרחקות הוא חוזר ורוכש בשעת הנפילה לעבר הארץ, ובסופו של דבר הוא חוזר לנוע במהירות שהיתה לו בתחילה (איור 9.8). התהליך חוזר ונשנה שוב ושוב, ובכל מחזור הלוויין מתווה צורת אליפסה במסלולו.



איור 9.7

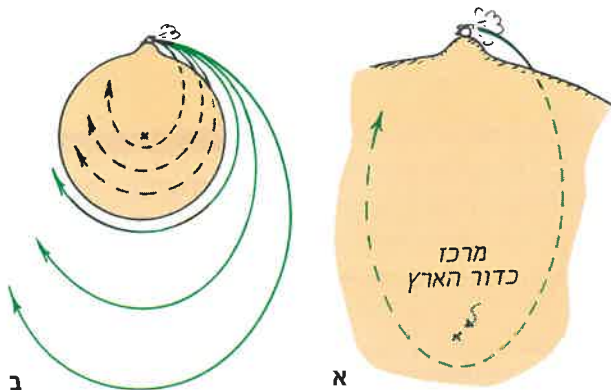
צורתם של הצללים שמטיל הכדור היא אליפסה. כל מנורה בחדר יוצרת אליפסה אחת. נקודת המגע של הכדור בשולחן היא מוקד משותף לשלוש האליפסות.



איור 9.8

מסלול אליפסי. (א) לוויין של כדור הארץ שמהירותו גדולה במעט מ-8 ק"מ/שנייה חולף מעבר למסלול המעגלי ומתרחק מכדור הארץ. (ב) הכבידה מאיטה את מהירותו עד לנקודה שבה פוסקת ההתרחקות. (ג) הלוויין נופל לכיוון כדור הארץ תוך צבירת מהירות שווה בגודלה לזו שאיבד בעת ההתרחקות, והוא שב וחולף מעבר למסלול המעגלי, וחוזר חלילה.

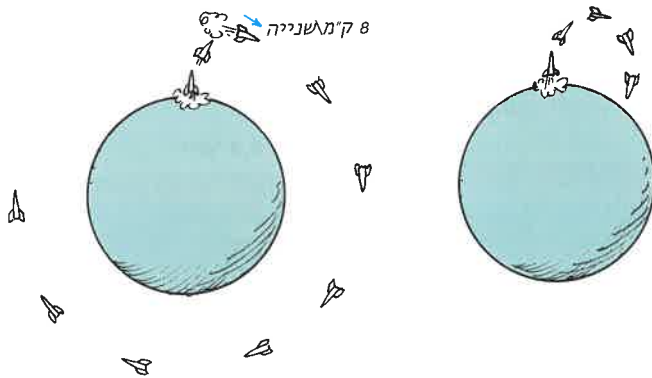
מעניין לציין שמסלולו הפרבולי של קלע כדוגמת כדור גולף או פגז תותח (פרק 3) הוא למעשה קטע זעיר של אליפסה צרה המשתרעת בפנים הארץ ומגיעה בדיוק מעבר למרכז כדור הארץ (איור 9.9א). באיור 9.9ב אנו רואים מספר מסלולים של כדורי תותח שנורו מן "ההר של ניוטון".



איור 9.9

(א) מסלולו הפרבולי של כדור התותח הוא חלק של אליפסה הנמשכת בתוך כדור הארץ. מרכז כדור הארץ הוא המוקד הרחוק. (ב) כל המסלולים שלאורכם ינוע כדור התותח הם אליפסות. במהירויות קטנות ממהירות המסלול המעגלי, מרכז כדור הארץ הוא המוקד הרחוק; במסלול המעגלי שני המוקדים מתלכדים במרכז כדור הארץ; במהירויות גדולות יותר, המוקד הקרוב נמצא במרכז כדור הארץ.

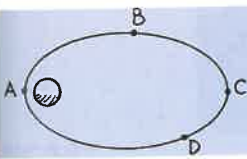
מרכז כדור הארץ נמצא באחד מן המוקדים של כל האליפסות האלה. כשמגדילים את מהירות הלוע (שבה הכדור יוצא לדרכו), האליפסות נעשות פחות ופחות אקסצנטריות (כלומר: יותר רחבות ומעוגלות). כאשר מהירות הלוע מגיעה ל-8 ק"מ בשנייה, האליפסה מתעגלת למעגל ואינה חותכת עוד את פני כדור הארץ. במצב זה כדור התותח משייט במסלול מעגלי. אם מגדילים עוד את המהירות, הכדור מתווה במסלולו את האליפסות החיצוניות המוכרות. הצבת לוויין או מעבדת מחקר במסלול מסביב לכדור הארץ מחייבת בקרה מדוקדקת הן של מהירות הטיל הנושא אותם אל מעל לאטמוספירה והן של כיוונו. כשמשגרים טיל אנכית, מטים אותו בכוונה, בהדרגה, מהכיוון האנכי; ואז, עם הגעתו אל מחוץ לתחום ההתנגדות של האטמוספירה, מכוונים אותו אופקית ומעניקים למטענו תאוצה סופית שמביאה אותו למהירות של 8 ק"מ/שנייה או יותר. התהליך מתואר באיור 9.10; למען הפשטות, שרטטנו את הגוף הנכנס למסלול כטיל החד-שלבי כולו. אפשר לראות כי אם מעניקים לו את המהירות המשיקית המתאימה הוא ייפול מסביב לכדור הארץ, ולא אל פניו; כלומר - הוא יהפוך ללוויין.



איור 9.10
 הדחף ההתחלתי של הטיל מעלה אותו אל מעל לאטמוספירה. אחר כך דרושה האצה נוספת למהירות אופקית של לפחות 8 ק"מ/שנייה, אם רוצים שהלוויין ייפול מסביב לכדור הארץ ולא אל פניו.

שאלה

באיור מתואר מסלולו של לוויין. באיזו מן הנקודות המסומנות (A-D) מהירותו היא הגדולה ביותר? הקטנה ביותר?

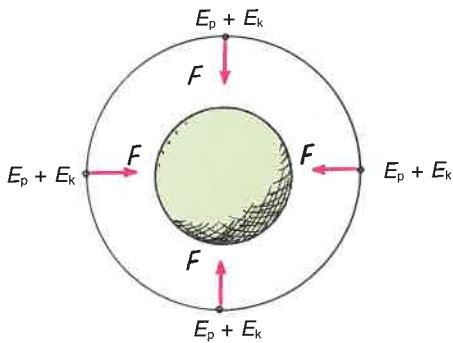


זכור לכם בוודאי מפרק 6, כי לגוף הנמצא בתנועה יש אנרגיה קינטית (E_k) עקב תנועתו. לגוף הנמצא מעל כדור הארץ יש אנרגיה פוטנציאלית (E_p) בגלל מקומו. ללוויין, בכל נקודה במסלולו, יש הן אנרגיה קינטית והן אנרגיה פוטנציאלית ביחס לגוף שאותו הוא מקיף. סכום האנרגיות $E_k + E_p$ נשאר קבוע לאורך המסלול כולו. המקרה הפשוט ביותר הוא של לוויין במסלול מעגלי.

שימור אנרגיה ותנועת לוויינים

תשובה:

מהירותו של הלוויין היא הגדולה ביותר כשהוא חולף דרך הנקודה A, והקטנה ביותר במצב C. מעבר ל-C מהירותו שוב הולכת וגדלה תוך כדי נפילתו לעבר A, וחוזר חלילה.



איור 9.11

כוח הכובד על הלוויין מכוון תמיד אל מרכז הגוף שאותו הוא מקיף. במסלול מעגלי, אין לכוח כל רכיב בכיוון התנועה. גודל המהירות, ולכן גם האנרגיה הקינטית, אינם משתנים.

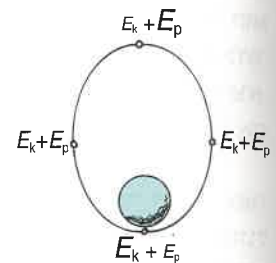
כאשר לוויין נע במסלול מעגלי, המרחק בינו לבין מרכז הגוף שאותו הוא מקיף אינו משתנה, ומשמעות הדבר היא כי E_p שווה בכל נקודה במסלול. מכאן, לפי חוק שימור האנרגיה, שגם E_k חייב להיות קבוע. לוויין במסלול מעגלי משייט, איפוא, בלא שיחול שינוי הן באנרגיה הקינטית שלו, הן באנרגיה הפוטנציאלית שלו והן בגודל מהירותו (איור 9.11).

המצב שונה כאשר מסלול הלוויין אליפסי. כאן, הן גודל המהירות והן המרחק משתנים. האנרגיה הפוטנציאלית היא מרבית בנקודת ההתרחקות המרבית של הלוויין (שיא המרחק) והיא מזערית בנקודה הקרובה ביותר (נקודת המקרב). שימו לב לכך ש- E_k מזערי כאשר E_p מרבי, ולהיפך - האנרגיה הקינטית מרבית כאשר האנרגיה הפוטנציאלית מזערית. בכל נקודה במסלול סכום האנרגיות, הקינטית והפוטנציאלית, שווה (איור 9.12).

עבור מסלול אליפסי, בכל נקודה לאורך המסלול יש לכוח הכובד רכיב בכיוון תנועת הלוויין (מלבד שתי נקודות מיוחדות - נקודת שיא המרחק ונקודת המקרב - שבהן הכוח מאונך לכיוון התנועה). רכיב הכוח בכיוון התנועה משנה את גודל מהירותו של הלוויין (איור 9.13), ולכן גם את האנרגיה הקינטית, ובנוסחה:

$$\Delta E_k = (\text{המרחק שעבר הלוויין}) \times (\text{רכיב הכוח בכיוון התנועה})$$

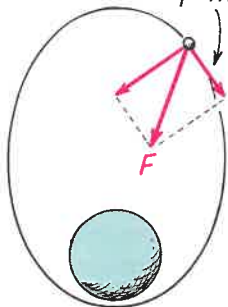
בזמן שהלוויין צובר גובה תוך כדי תנועה נגד רכיב זה של הכוח, מהירותו והאנרגיה הקינטית שלו פוחתות. הפחתה זו נמשכת עד לנקודת שיא המרחק. לאחר שעבר את שיא המרחק, הלוויין נע בכיוון רכיב הכוח ולא נגדו, וכך מהירותו והאנרגיה הקינטית שלו גדלות. הן ממשיכות לגדול עד לרגע שבו הלוויין חולף בנקודת המקרב ומתחיל מחזור חדש.



איור 9.12

סכום האנרגיה הקינטית (E_k) והאנרגיה הפוטנציאלית (E_p) של הלוויין שווה בכל נקודה לאורך מסלולו.

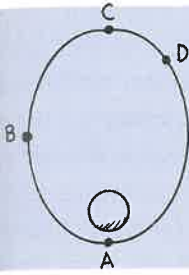
רכיב זה של הכוח עובד עבודה על הלוויין



איור 9.13

במסלול אליפסי קיים רכיב של כוח בכיוון תנועתו של הלוויין. רכיב זה משנה את גודל המהירות, ולכן את האנרגיה הקינטית. (הרכיב המאונך משנה רק את הכיוון).

שאלות



1. באיור מתואר מסלולו של לווין. באיזו מן הנקודות המסומנות (A-C) האנרגיה הקינטית של הלוויין גדולה ביותר? האנרגיה הפוטנציאלית גדולה ביותר? האנרגיה הכוללת גדולה ביותר?
2. מדוע משנה כוח הכובד את גודל מהירותו של לווין הנע במסלול אליפסי, אך לא של הלוויין הנע במסלול מעגלי?

אנחנו כבר יודעים כי כדור תותח הנורה אופקית במהירות של 8 קילומטרים בשנייה מן "ההר של ניוטון" ייכנס למסלול הקפה מסביב לכדור הארץ. אך מה היה קורה אילו שיגרנו את הכדור באותו גודל מהירות אך בכיוון אנכי? הוא יתרומם עד גובה מרבי כלשהו, ואז יתהפך כיוונו והוא ייפול חזרה אל כדור הארץ. מאמר הפתגם: "העולה למעלה סופו ליפול למטה" יתקיים, איפוא, באותה ודאות שאבן שנזרקה לשמים תוחזר לארץ על ידי כוח הכובד (אלא אם כן, כפי שנראה להלן, מהירותה גדולה מדי).

בדורנו, עידן המסעות לחלל, יהיה מדויק יותר לומר: "העולה למעלה עשוי ליפול למטה", שכן קיימת מהירות גבולית (מהירות קריטית) שבה קלע מסוגל להימלט מתחום משיכת הכובד של כדור הארץ. מהירות גבולית זאת נקראת **מהירות המילוט**. מהירות המילוט מפני כדור הארץ היא 11.2 קילומטרים בשנייה. אם תשגרו קלע במהירות העולה על מהירות זו, הוא יעזוב את כדור הארץ, תוך שמהירותו הולכת וקטנה עקב משיכת הכובד של כדור הארץ, אך לעולם לא יעצור*. נוכל להבין את גודלה של מהירות המילוט משיקולי אנרגיה. כמה עבודה דרושה להרמת מטען כנגד כוח הכובד של כדור הארץ למרחק גדול מאוד-מאוד ("מרחק אינסופי")? היינו עלולים לחשוב שהאנרגיה הפוטנציאלית שם תהיה אינסופית מפני שהמרחק אינסופי. אך כוח הכובד הולך ופוחת ככל שהמרחק גדל, לפי חוק הריבוע ההפוכי. העוצמה של כוח הכובד הפועל על המטען גדולה רק סמוך לכדור הארץ. רוב העבודה הנעשית בשיגור טיל, למשל, מתבצעת סמוך לפני כדור הארץ. מתברר כי האנרגיה

מהירות מילוט

תשובות:

1. האנרגיה הקינטית גדולה ביותר בנקודת המקרב A; האנרגיה הפוטנציאלית גדולה ביותר בנקודת שיא הרוחק C; האנרגיה הכוללת שווה בכל מקום לאורך המסלול.
2. כיוון התנועה של הלוויין, בכל נקודה במסלולו, משיק למסלול. אם קיים רכיב של כוח בכיוון משיק זה, אזי תאוצתו של הלוויין תכלול גם שינוי בגודל המהירות ולא רק בכיוונו. במסלול מעגלי, כוח הכובד מאונך תמיד לכיוון התנועה של הלוויין, כשם שכל חלק של היקף המעגל מאונך לרדיוס. במצב זה אין לכוח כל רכיב בכיוון המשיק, ולפיכך רק כיוון המהירות משתנה אך לא גודלה. אולם כשהלוויין נע בכיוונים שאינם מאונכים לכוח הכובד, כמו במסלול האליפסי, יש לכוח רכיב בכיוון התנועה, רכיב המשנה את גודל מהירותו של הלוויין. מנקודת מבט של אנרגיה, רכיב של כוח המכוון לאורך קו תנועתו של לווין, עושה עבודה המשנה את האנרגיה הקינטית של הלוויין.

* מהירות המילוט מכוכב לכת או מגוף אחר כלשהו נתונה בנוסחה: $v = \sqrt{2GM/d}$, שבה G הוא קבוע הכבידה העולמית, M - מסת הגוף המושך, ו- d הוא המרחק ממרכזו. (על פני הגוף, d פשוט שווה לרדיוס הגוף.)

הפוטנציאלית של מסה בת 1 ק"ג במרחק אינסופי מפני כדור הארץ היא 60 מיליון ג'ול. הבאת מטען למרחק אינסופי מפני כדור הארץ דורשת איפוא לפחות 60 מיליון ג'ול אנרגיה לכל קילוגרם של המטען. לא ניכנס כאן לפרטי החישוב, אך אנרגיה קינטית של 60 מיליון ג'ול מתאימה למהירות של 11.2 קילומטרים בשנייה, תהא המסה הכוללת אשר תהיה. זוהי מהירות המילוט מפני כדור הארץ*.

אם נעניק למטען כלשהו אנרגיה העולה בגודלה על 60 מיליון ג'ול לקילוגרם סמוך לפני כדור הארץ, או, באופן שקול, מהירות העולה בגודלה על 11.2 ק"מ/שנייה, אזי, בהזנחת התנגדות האוויר, המטען יימלט מכדור הארץ ולא ישוב אליו עוד. בעת התרחקותו, האנרגיה הפוטנציאלית שלו גדלה והאנרגיה הקינטית קטנה. גודל מהירותו הולך ופוחת אף שלעולם אינו מתאפס. המטען יוצא מתחום משיכת הכובד של כדור הארץ. הוא נמלט.

בטבלה 9.1 מובאת רשימה של מהירויות מילוט מגופים שונים במערכת השמש. שימו לב שמהירות המילוט מפני השמש היא 620 קילומטרים בשנייה. אפילו במרחק השווה לרדיוס המסלול הממוצע של כדור הארץ סביב השמש, מהירות המילוט מהשמש היא 42.5 קילומטרים בשנייה, הרבה יותר ממהירות המילוט מפני כדור הארץ. גוף שישוגר מפני כדור הארץ במהירות העולה על 11.2 ק"מ/שנייה אך פחותה מ-42.5 ק"מ/שנייה יימלט מכדור הארץ אך לא מהשמש. במקום להתרחק לעד, הוא ייכנס למסלול הקפה מסביב לשמש.

החללית הראשונה שיצאה ממערכת השמש, פאיוניר 10 (איור 9.14), שוגרה מכדור הארץ בשנת 1972 במהירות של 15 קילומטרים בשנייה בלבד. הימלטות

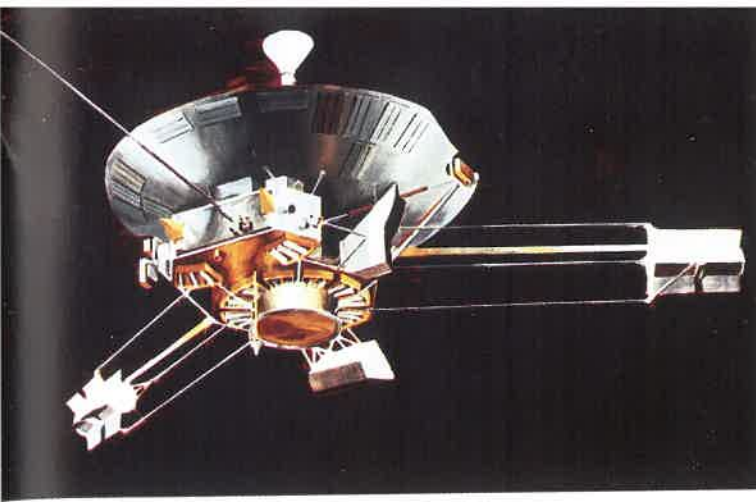
טבלה 9.1
מהירויות מילוט מפני גופים במערכת השמש

מהירות מילוט (ק"מ/שנייה)	רדיוס (ברדיוסי ארץ)	מסה (ביח' מסת הארץ)	גוף אסטרונומי
620	109.00	330,000.00	שמש
			השמש (במרחק מסלולו של כדור הארץ)
42.5	23,000.00	330,000.00	צדק
61.0	11.00	318.00	שבתאי
37.0	9.00	95.20	נפטון
25.4	3.40	17.30	אורנוס
22.4	3.70	14.50	ארץ
11.2	1.00	1.00	נוגה
10.4	0.96	0.82	מאדים
5.0	0.53	0.11	כוכב חמה
4.3	0.38	0.05	ירח
2.4	0.27	0.01	

* מעניין לציין שניתן לכנות זאת גם מהירות הנפילה המקסימלית. כל גוף - רחוק ככל שיהיה - שישוחרר ליפול ממנוחה אל פני כדור הארץ בהשפעת כוח הכובד בלבד, לא יעבור את המהירות של 11.2 ק"מ/שנייה.

איור 9.14

החללית פאיוניר 10, ששוגרה
מכדור הארץ בשנת 1972,
נמלטה ממערכת השמש ב-
1984 וכעת היא משייטת
בחלל הבין-כוכבי.



החללית ממערכת השמש התאפשרה באמצעות הכוונתה לעבר כוכב הלכת צדק, שהיה אז במסלול התקרבות לעבר כדור הארץ. שדה הכבידה החזק של צדק הפעיל עליה כוח גדול ש"דרבן" אותה והגדיל את מהירותה. המהירות שבה עזבה החללית את מסלולו של צדק גדלה עד מעבר למהירות המילוט מהשמש. פאיוניר 10 חלפה על פני מסלולו של כוכב הלכת פלוטו ב-1984. אם לא תפגע ביום מן הימים בגרם שמיימי כלשהו, היא תנדוד לעד בחלל הבין-כוכבי. בדומה למכתב ששמים בבקבוק המוטל לים, פאיוניר 10 מכילה מידע על כדור הארץ, מידע שעשוי לעניין יצורים בעלי תבונה אם הם קיימים אי-שם בחלל החיצון.

חשוב לציין כי כשאנו מדברים על מהירויות המילוט מגופים שונים, אנו מתכוונים למהירות התחילית המוענקת באמצעות דחף קצר, שאחריו לא פועל כל כוח המסייע בתנועה. ניתן להימלט מכדור הארץ בכל מהירות התחלתית גדולה מאפס אם רק יתמידו בה למשך זמן מספיק. לדוגמה, נניח שמשגרים טיל למטרה כדוגמת הירח. אם מנועי הטיל מכלים את מאגר הדלק שלהם סמוך לכדור הארץ, הרי שדרושה לו מהירות מזערית של 11.2 קילומטרים בשנייה. אך אם אפשר להמשיך את פעולת המנועים לפרק זמן ממושך, הטיל יוכל להגיע לירח מבלי להשיג אף פעם מהירות של 11.2 קילומטרים בשנייה.

מעניין לציין גם כי הדיוק הרב שבו חלליות בלתי מאוישות מגיעות למטרתן אינו מושג בהיצמדות קשיחה למסלול מתוכנן מראש ובהחזרתן למסלול זה אם סטו ממנו מסיבה כלשהי. חללית שסטתה מן המסלול שתוכנן עבורה, אין מתאמצים להחזירה למסלולה המקורי. למעשה שואלים במרכז הבקרה: "היכן נמצאת החללית עכשיו ביחס ליעדה? מהו המסלול המיטבי המוביל ממקומה הנוכחי ליעד?", ובסיועם של מחשבים מהירים ורבי עוצמה מתווים מסלול חדש. רקטות תיקון מפנות את החללית לנתיב חדש זה. על תהליך זה חוזרים שוב ושוב עד שהחללית מגיעה למטרתה*.

* האם יכולים אנו להפיק מכך לקח? נניח שגיליתם כי סטיתם מה"מסלול" שתכנתתם לעצמכם. אולי תגלו כי, בדומה לחללית, יעיל יותר יהיה לבחור נתיב חדש שיוביל אתכם למטרתכם מן המקום והנסיבות שבהם אתם שרויים, מאשר לנסות לחזור לנתיב שהתוויתם לעצמכם מלכתחילה, בנסיבות שאולי היו שונות.

11. מדוע משתנה האנרגיה הקינטית של לוויין הנע במסלול אליפסי?

12. ביחס לנקודת שיא הרוחק ולנקודת המקרב של מסלול אליפסי, היכן ערכו של פוטנציאל הכבידה הוא מרבי? מוערי?

13. האם סכום האנרגיה הקינטית והאנרגיה הפוטנציאלית קבוע ללוויין במסלול מעגלי, במסלול אליפסי, או בשניהם?

מהירות מילוט

14. מהי המהירות המוערית להקפת כדור הארץ במסלול סמוך לפניו? מהי המהירות המרבית? מה קורה מעבר למהירות זאת?

15. כיצד הצליחה החללית פאיוניר 10 להימלט ממערכת השמש אף על פי ששוגרה במהירות קטנה ממהירות המילוט?

תרגילים

1. אם יורים כדור תותח מקר גבוה, כוח הכובד משנה את גודל המהירות של הכדור לאורך כל מסלולו. אך אם משגרים את הכדור במהירות גבוהה דיה, המכניסה אותו למסלול מעגלי, כוח הכובד כלל אינו משנה את גודל המהירות. הסבירו.

2. האסטרונוט בעמ' 164 נראה מרחף כאילו היה חופשי מכוח הכובד. האומנם? הסבירו.

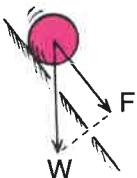
3. הואיל והירח נמשך לעבר כדור הארץ בכוח הכבידה, מדוע אין הוא פשוט מתרסק על פני כדור הארץ?

4. האם תלויה מהירותו של גוף הנופל נפילה חופשית במסת הגוף? האם תלויה מהירותו של לוויין הנע במסלול במסת הלוויין? נמקו את תשובותיכם.

5. אם צפיתם אי-פעם בשידור טלוויזיה של שיגור לוויין, אולי הבחנתם בכך שהטיל מתחיל להתרומם במסלול אנכי ואחר כך ממשיך לטפס בזווית. מדוע?

6. מדוע נהוג בדרך כלל לשגר לוויינים בכיוון מזרח (הכיוון שבו כדור הארץ סובב סביב צירו)?

7. הכדור שבאיור רוכש אנרגיה קינטית תוך כדי גלגול במורד המדרון מפני שרכיב המשקל הפועל בכיוון התנועה (F) עושה עבודה. הוסיפו באיור את הרכיב המתאים של כוח הכבידה העושה עבודה לשינוי האנרגיה הקינטית של הלוויין שמימין.



תקציר מונחים

לוויין קלע או גוף שמימי קטן המקיף גוף שמימי גדול ממנו.

אליפסה העקומה הגיאומטרית הסגולה שסכום המרחקים של כל נקודה בה משני מוקדים הוא גודל קבוע. כששני המוקדים מתלכדים בנקודה אחת, האליפסה היא מעגל. ככל שהמוקדים רחוקים יותר זה מזה, האליפסה צרה יותר (אקסצנטרית).

מהירות מילוט המהירות שצריכים להשיג קלע, חללית, או כל גוף אחר, כדי להימלט מהשפעת הכבידה של כדור הארץ או של כל גוף שמימי אחר שהם נמשכים אליו.

שאלות חזרה

התפוח הנופל

1. מה המשותף, לפי ניוטון, לתפוח נופל ולירח?

הירח הנופל

2. מהי בדיקת מהירות משיקית?

3. מהו מרחק הנפילה של הירח במשך שנייה אחת מתחת לקו הישר המשיק למסלולו?

4. מדוע אין כוכבי הלכת נופלים על השמש?

תנועת לוויינים

מסלולים מעגליים

5. מדוע אין כוח הכובד משנה את גודל המהירות של לוויין במסלול מעגלי?

6. כמה זמן נדרש ללוויין להשלים הקפה אחת במסלול סמוך לפני כדור הארץ?

7. האם זמן המחזור במסלולים גבוהים יותר ארוך יותר או קצר יותר?

מסלולים אליפסיים

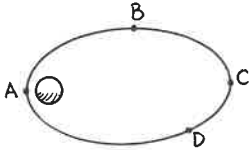
8. מדוע משנה כוח הכובד את גודל המהירות של לוויין במסלול אליפסי?

9. באיזה חלק של המסלול האליפסי מהירותו של הלוויין היא הגדולה ביותר? הקטנה ביותר?

שימור אנרגיה ותנועת לוויינים

10. מדוע קבועה האנרגיה הקינטית של לוויין הנע במסלול מעגלי?

- האפשרות לגוף רחוק מאוד המתחיל ממנוחה ונופל בהשפעת כוח הכובד של הארץ בלבד!
18. אילו היה כוכב הלכת פלוטו נעצר לפתע בצורה כלשהי במסלולו, הוא היה מתחיל ליפול אל השמש ולא מסביבה. מה היה גודל מהירותו ברגע הפגיעה בשמש?
19. אילו היה כדור הארץ מתכווץ ואילו כל שאר הגורמים היו נותרים ללא שינוי, האם היתה מהירות המילוט מפניו גדולה יותר, קטנה יותר, או שווה לערכה הנוכחי? הסבירו.
20. באיזה מן המקומות המסומנים באיור פועל על הלויין, הנע במסלול אליפסי, כוח הכבידה הגדול ביותר? היכן מהירותו גדולה ביותר? היכן יש לו תנע מרבי? אנרגיה קינטית מרבית? אנרגיה פוטנציאלית כבידתית מרבית? אנרגיה כוללת מרבית? תנע זוויתי מרבי? התאוצה הגדולה ביותר?



8. מדוע עושה כוח הכבידה עבודה על לויין הנע במסלול אליפסי, אך לא על לויין הנע במסלול מעגלי?
9. נתון כי מהירותו של לויין מאונכת בכל מקום לכוח הכובד. מהי צורת מסלולו?
10. שני לויינים הנמצאים בגבהים שונים אך נעים באותו כיוון נראים מכדור הארץ כשהם עוברים מעל לראש. איזה מהם יעקוף את חברו?
11. אם טכנאי טיס הנמצא במטוס גימבו מגביה טוס ישמיט מידו מפתח ברגים, המפתח יפגע בקרקע במהירות רבה. אם אסטרונוט במעבורת חלל המקיפה את כדור הארץ ישמיט מפתח דומה מידו, האם ייפול המפתח לקרקע? נמקו את תשובתכם.
12. מעבורת החלל המקיפה את כדור הארץ נעה במהירות שגדלה 8 ק"מ/שנייה ביחס לכדור הארץ. נניח שמוטלת תיבה מן המעבורת אחורנית במהירות 8 ק"מ/שנייה ביחס למעבורת. תארו את תנועת התיבה ביחס לכדור הארץ.
13. האם מהירותו של לויין במסלול מעגלי סמוך לכוכב הלכת צדק תהיה גדולה מ-8 ק"מ/שנייה, קטנה יותר, או שווה לה?

בעיות

1. רבים סבורים בטעות כי תופעת חוסר המשקל של האסטרונוטים נובעת מכך שהם נמצאים מעבר להשפעת כוח הכובד. חשבו את תאוצת הכבידה g במעבורת חלל הנמצאת 200 ק"מ מעל פני כדור הארץ. יש להשתמש כנתון ברדיוס כדור הארץ - 6.37×10^3 ק"מ. כמה אחוזים מ-9.8 מ/ש² מהווה הערך שקיבלתם?
2. חשבו את מהירות ההקפה של כדור הארץ מסביב לשמש ביחידות של מ/ש. הניחו שהמסלול מעגלי בקירוב.
3. מרחקו של הירח מכדור הארץ הוא 3.8×10^5 ק"מ בקירוב. מיצאו את מהירותו המסלולית הממוצעת מסביב לכדור הארץ.
4. מהירות המילוט במרחק d ממרכזו של גוף בעל מסה M נתונה בנוסחה

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{d}}$$

חשבו את מהירות המילוט מפני מאדים, שרדיוסו 3.4×10^6 מ' ומסתו 6.4×10^{23} ק"ג.

14. טיל משייט במסלול אליפסי מסביב לכדור הארץ. כדי לצבור מידה מרבית של אנרגיה קינטית תוך שימוש במעט דלק ככל האפשר, האם עליו להפעיל את מנועיו בנקודת המקרב או בנקודת שיא המרחק? (רמז: תנו לנוסחה $Fd = \Delta E_k$ להנחות את חשיבתכם. הניחו שכוח הדחף F פועל זמן קצר בלבד והוא שווה בשני המקרים. אחר כך חישבו על המרחק d שיעבור הטיל בזמן ההפעלה הקצר של המנועים בנקודת המקרב ובנקודת שיא הרוחק).
15. גודל המהירות של כדור הארץ במסלולו מסביב לשמש הוא 30 ק"מ/שנייה. אילו נעצר לפתע כדור הארץ במסלולו, הוא היה פשוט נופל בכיוון השמש. התוכלו לתכנן שיטה לשיגור טיל ובו פסולת רדיואקטיבית אל השמש כדי להיפטר מהפסולת אחת ולתמיד? מהו גודל המהירות ומהו הכיוון שבהם יש לשגר את טיל הפסולת ביחס לכדור הארץ?
16. מהירות המילוט מפני כדור הארץ היא 11.2 ק"מ/שנייה, אך חללית מסוגלת להימלט ממשכת כדור הארץ במהירות שגדלה מחצית הערך הנ"ל או פחות. הסבירו.
17. מהי מהירות הפגיעה המרבית בפני כדור הארץ