

הציות אידיאל ודאיכה

בית ספר ברנקו וייס
מצפה אדומים

הדס כליפה

בעיות גידול ודעיכה

הארכיטקט "משתתפים" בתוכנית סוכר האיזול או הדעיכה:

$a_0 =$ סכום התחלתי

$q =$ מהדמ גדילה

$n =$ זמן

$a_n =$ סכום

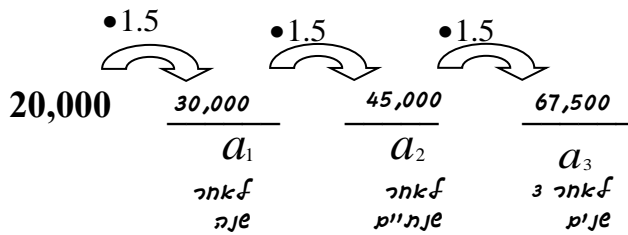
$$a_n = a_0 \cdot q^n$$

הנוסחה איתה נעבוד:

דוגמה לשאלה:

מחיר יצירת אומנות הוא 20,000. הערך של היצירה עולה כל שנה פי 1.5. מה יהיה מחיר המכוננית לאחר 3 שנים?

אפשרות א' - פתרון גרפי:



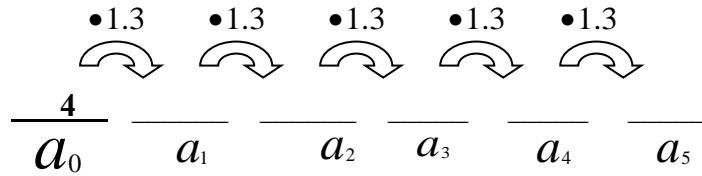
אפשרות ב' - פתרון בנוסחה:

<p>2. נציב בנוסחה ונפתור בעזרת המחשבון:</p> $a_n = a_0 \cdot q^n$ $a_n = 20,000 \cdot 1.5^3$ <p>נקיש במחשבון: $20,000 \rightarrow \cdot \rightarrow 1.5 \rightarrow \wedge \rightarrow 3$</p> $a_n = 67,500$	<p>1. נארגן את הנתונים:</p> $a_0 = 20,000$ $q = 1.5$ $n = 3$ $a_n = ???$
---	--

תשובה: מחיר יצירת האומנות לאחר 3 שנים יהיה 67,500 ₪.

תרגול:

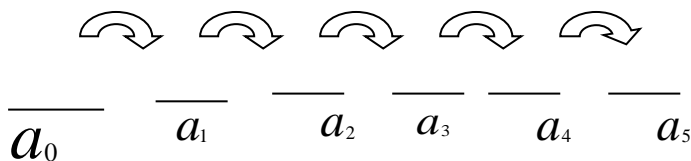
1. אוכלוסייה גדלה בכל שנה בכל שנה פי 1.3 . בשנה מסוימת מנתה האוכלוסייה 4 מליון תושבים. כמה תמנה האוכלוסייה לאחר 5 שנים?



<p>נציב בנוסחא ונפתור:</p> $a_n = a_0 \cdot q^n$	<p>נארגן את הנתונים:</p> $a_0 =$ $q =$ $n =$ $a_n =$
---	--

תשובה: לאחר 5 שנים תמנה האוכלוסייה _____ מליון תושבים.

2. כמות ראשונים בבריכה מתרבה בכל חודש פי 1.7 . בתחילת השנה נספרו 850 ראשונים. כמה ראשונים יהיו בבריכה לאחר 5 חודשים?



<p>נציב בנוסחא ונפתור:</p> $a_n = a_0 \cdot q^n$	<p>נארגן את הנתונים:</p> $a_0 =$ $q =$ $n =$ $a_n =$
---	--

תשובה: לאחר 5 חודשים יהיו בבריכה _____ ראשונים.

3. כיום מחיר תמונה של צייר מפורסם הוא 7,000 ש"ח. ידוע כי מחיר תמונה עולה פי 1.35 בכל שנה. מה יהיה מחיר התמונה עוד 7 שנים?

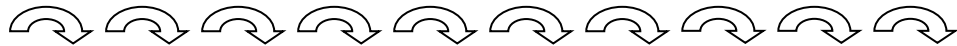


a_0

נציב בנוסחה ונפתור:	נארגן את הנתונים:
$a_n = a_0 \cdot q^n$	$a_0 =$ $q =$ $n =$ $a_n =$

תשובה: _____.

4. ביער 10 טון עצים. בכל שנה גדלה כמות העצים פי 1.05 כמה טון יהיו לאחר 10 שנים?



a_0

נציב בנוסחה ונפתור:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____.

פתרונות:

1. 14.851 מליון תושבים 2. 12,068 ראשנים. 3. 57,205 ש.ח. 4. 16.288 טון

מאחוז - לשבר עשרוני

בבעיות גידול ודעיכה הנתונים לגבי מקדם הגדילה או הדעיכה מופיעים בדרך כלל באחוזים. כדי להשתמש בנוסחא של גידול ודעיכה נצטרך להפוך את האחוז לשבר עשרוני.

נוסחא להמרת אחוז לשבר עשרוני:

$$q = 1 \pm \frac{\text{האחוז}}{100}$$

דוגמאות:

2. ערך מכונת יורד כל

שנה ב-7%....

נהפוך את האחוז לשבר עשרוני:

$$q = 1 - \frac{7}{100}$$

$$q = 0.93$$

1. אוכלוסיה בעיר מסוימת

גדלה כל שנה ב-3%....

נהפוך את האחוז לשבר עשרוני:

$$q = 1 + \frac{3}{100}$$

$$q = 1.03$$

תרגול:

1. כמות אצות בבריכה גדלה בכל חודש ב-15%...

$$q = 1 + \frac{\quad}{100} =$$

2. ערך דירה יורד בכל שנה ב-3.5%...

$$q =$$

3. כמות העצים ביער מתרבה בצורה מעריכית לפי 1.7% בשנה....

$$q =$$

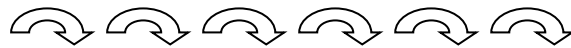
4. אוכלוסיה במדינה מסוימת מתמעטת כל שנה ב-3%....

$$q =$$

תראו: פעילות איזוף ודעיכה עם אחוזים

1. מחירה של דירה כיום הוא 100,000 ש. בכל שנה יורד ערך הדירה ב-7.5%.
מה יהיה מחיר הדירה לאחר 6 שנים?

שלב מקדים: נמיר את האחוז לשבר עשרוני: $q = 1 + \frac{\quad}{100} =$

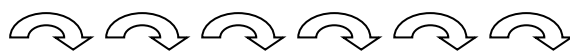


a_0	
נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____.

2. כמות אצות באגם מתרבה בצורה מעריכית בקצב של 20% בשנה. במדידה ראשונה היו באגם 1000 ק"ג אצות. כמה ק"ג אצות יהיו כעבור שנתיים?

נמיר אחוז לשבר עשרוני: $q = 1 \pm \frac{\quad}{100} =$



a_0	
נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____.

3. כמות צפרדעים בבריכה קטנה כל חודש ב-4%. בספירה ראשונה היו בבריכה 285 צפרדעים. כמה צפרדעים יהיו לאחר 5 חודשים?

נמיר אחוז לשבר עשרוני: $q = 1 \pm \frac{\quad}{100} =$



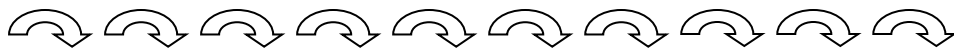
_____ a_0

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____
 (ישו לב! מכיוון מדובר בצפרדעים התשובה חייבת להיות במספרים שלמים..
 ולכן נרשום: מספר הצפרדעים הוא בערך _____)

4. ביער 90 טון עצים. בכל שנה עולה כמות העצים ב-6%. כמה טון יהיו לאחר 10 שנים?

נמיר אחוז לשבר עשרוני: $q = 1 \pm \frac{\quad}{100} =$



_____ a_0

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____

פתרונות: 1. 62,640 טון בערך 2. 1,440 ק"ג 3. 232 בערך 4. 161.176 טון

..חזרה לעבר..

מציאת הכמות שהייתה בעבר

כאשר אנו מחשבים מה תהייה הכמות בעתיד, אנו מכפילים את a_0 במקדם האינפלדציה ומתחמים בנוסחה:

$$a_n = a_0 \cdot q^n$$

כאשר נרצה לחשב מה הייתה הכמות בעבר (לפני נקודת ה- a_0) נחלק את a_0 במקדם האינפלדציה ונשתמש בנוסחה:

$$a_n = a_0 \div q^n$$

דוגמא לתרגיל:

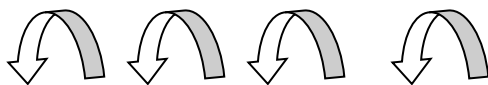
ערך מכונית מסוג מסוים יורד בכל שנה ב-15%. מחיר מכוניתי היום הוא 25,000 ש. מה היה מחירה לפני 4 שנים?

פתרון:

$$q = 1 \pm \frac{15}{100} = 0.85$$

חישוב ה-q:

$$\div 0.85 \quad \div 0.85 \quad \div 0.85 \quad \div 0.85$$



$$a_{(-4)} \quad a_{(-3)} \quad a_{(-2)} \quad a_{(-1)} \quad a_0 \quad a_2 \quad a_2$$

נציב בנוסחה ונפתור:	נארגן את הנתונים:
$a_n = a_0 \div q^n$	$a_0 = 25,000$
$a_n = 25,000 \div 0.85^5$	$q = 0.85$
$a_n = 47,892.146$	$n = 5$
	$a_n =$

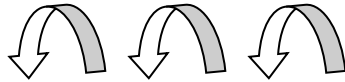
תשובה: לפני 4 שנים מחיר המכונית היה בערך 47,892 ש.

תרגילים

1. אדון ששון עושה דיאטה ובכל חודש מוריד ממשקלו 2%. כעת הוא שוקל 85 ק"ג. כמה שקל לפני 3 חודשים?

חישוב ה-q: $q = 1 \pm \frac{\quad}{100} =$

(מכיוון שמדובר בחישוב של כמות שהייתה בצבר נצעה פצולת חיזוק)



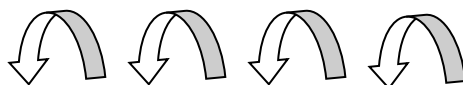
$a_{(-3)} \quad a_{(-2)} \quad a_{(-1)} \quad a_0 \quad a_2 \quad a_2$

<p style="text-align: center;">נציב בנוסחה ונפתור:</p> $a_n = a_0 \div q^n$ $a_n = 25,000 \div 0.85^5$ $a_n = 47,892.146$	<p style="text-align: center;">נארגן את הנתונים:</p> $a_0 = 25,000$ $q = 0.85$ $n = 5$ $a_n =$
--	---

תשובה: _____.

2. מספר החתולים בחצר ביתנו עולה בכל שנה ב-5%. בספירה שערכנו לאחרונה נספרו 73 חתולים. כמה חתולים חיו בחצר לפני 4 שנים?

חישוב ה-q: $q = 1 \pm \frac{\quad}{100} =$



<p style="text-align: center;">נציב בנוסחה:</p>	<p style="text-align: center;">נארגן את הנתונים:</p>
--	---

תשובה: _____.

(שימו לב! מכיוון שמדובר בחתולים התשובה חייבת להיות במספרים שלמים.. ולכן נרשם: מספר החתולים שחיו בחצר הוא בצרף _____)

3. השערות על ראשו של משה מתמטות מידי שנה ב-12%. כעת יש על ראשו 243,000 שערות.

כמה שערות היו על ראשו לפני 6 שנים?

חישוב ה-q: $q = 1 \pm \frac{\quad}{100} =$

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____
 (ישו לב! מדובר בשערות ולכן התשובה חייבת להיות במספרים שלמים..
 ולכן נרשם: מספר השערות על ראשו של משה הוא בערך _____)

4. ברשותי מכונית שמחירה היום הוא 50,000 שקלים. המחיר של מכונית משומשת יורד כל שנה ב-

10%. מה היה מחיר המכונית לפני 4 שנים?

חישוב ה-q: _____

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____

פתרונות: 1. 90.311 ק"ג 2. בערך 60 3. בערך 523,251 4. בערך 76,208 ש"ח

תראיפי בארות : לפני ואחרי נקודת ה- a_0

עמנו לב!

כאשר יש תראיפי עם מספר סצופים, קודם כל נחשב את ה- q ואז נציב את הנתונים המתאימים ונבחר את הנוסחה המתאימה עבור כל סצוף הנכרד!

1. יש ברשותי אופנוע בדיוק 3 שנים. מחירו היום הוא 50,000 שקלים. המחיר של אופנוע

משומש יורד כל שנה ב- 15%.

א. מה הסכום ששילמתי עבור האופנוע?

ב. אם אמכור את האופנוע בעוד שלוש שנים, מה יהיה מחירו אז?

פתרון:

$$q = 1 \pm \frac{\quad}{100} = \quad \text{חישוב ה-} q:$$

א.

נציב בנוסחה:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____.

ב.

נציב בנוסחה:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____.

2. אוכלוסיה במדינה מסוימת גדלה בכל שנה ב-1.8%. ב-1.1.1995 נערך מפקד אוכלוסין והתברר

כי מספר תושבי המדינה הוא 25.5 מיליון

א. מה יהיה גודל האוכלוסייה ב-1.1.2015?

ב. מה היה גודל האוכלוסייה ב-1.1.1985?

$$q = 1 \pm \frac{\quad}{100} =$$

חישוב ה-q:

פתרון:

סעיף א.

1995

a_0

נציב בנוסחה:	נארגן את הנתונים:

שימו לב! כמה זמן
עבר מ-1995
(נקודת ה- a_0)
עד 2015?

תשובה:

סעיף ב.

1995

a_0

נציב בנוסחה:	נארגן את הנתונים:

זכרו! כאשר מדובר
בלחץ קדום לנקודת
ה- a_0 נשתמש
בפעולת חיילוק!

תשובה:

פתרונות: 1. א. בערך 81,417 שח ב. בערך 30,433 שח
2. א. בערך 36.433 מליון תושבים ב. בערך 21,333 מליון תושבים.

עוד על עניני הזמן...

ככל תראי צלינו לשיט זה באילו יחידות זמן נמדד קצב השינוי ואל פי זאת להציה ב-n את המספר הנכון.

דוגמא:

כמות הכינים בראשה של נוצה גדלה בכל יום ב-3%. כעת יש לנוצה 20 כינים, כמה כינים יהיו בראשה עוד שבועיים?

פתרון:

לפני שאנו פונים להצבת הנתונים נשיט-לה שאנו צריכים לספור את הזמן ביחידות של ימים. בכל שבוע 7 ימים לכן שבועיים 14 ימים. $n=14$

..המשך פתרון כרגיל..

$$q = 1 \pm \frac{3}{100} = 1.03$$

חישוב ה-q

נציב בנוסחה ונפתור:	נארגן את הנתונים:
$a_n = a_0 \cdot q^n$	$a_0 = 20$
$a_n = 20 \cdot 1.03^{14}$	$q = 1.03$
$a_n = 30.251$	$n = 14$
	$a_n =$

תשובה: לאחר שבועיים יהיו בראשה של נוצה בערך 30 כינים.

תראי

1. כמות דגים בבריכה גדלה בכל חודש ב-9%. בתאריך 1.1.2000 כמות הדגים בבריכה היתה 8 טון. מה כמות הדגים שהיתה בבריכה בתאריך 1.1.2003?
חישוב ה-q:

נציב בנוסחה:	נארגן את הנתונים:

תשובה:

קצב הגידול
בבריכה מופיע
בחודשים-לכן
צלינו לבדוק כמה
חודשים עברו
n - 2000 עד 2003

2. כמות היתושים בביצה מתרבה כל שעה ב-2%. ביום ג' בשעה 6.00 בבוקר היו בביצה 500 יתושים. כמה יתושים יהיו בביצה בשעה 6.00 ביום ה'?

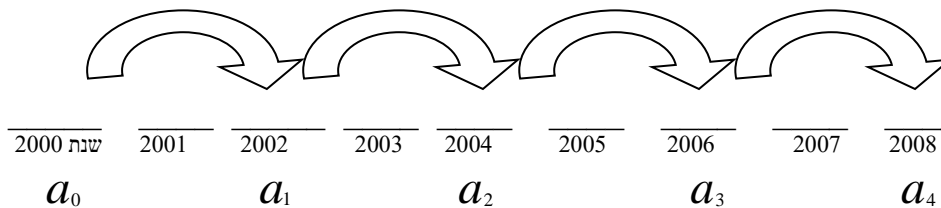
חישוב ה-q:

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____.

3. בשמורת טבע מתרבים העופות ב-6% כל שנתיים. בספירה שנערכה בשנת 2000 נספרו 295 עופות. כמה עופות יהיו בשמורה בשנת 2008?

חישוב ה-q:



– "כל שנתיים" –
 לאת אחרת
 אנו צריכים
 לספור את
 הקבוצות
 שנתיות.

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____.

4. בתרבות חיידקים מתרבים החיידקים בקצב של 50% אחת לחצי שעה. בשעה 9:00 בבוקר היו בתרבות 36,000 חיידקים.

7.00 7.30 8.00 8.30 9.00 9.30 10.00 10.30 11.00 11.30 12.00 12.30 13.00 13.30 14.00

חישוב ה-q:

א. כמה חיידקים יהיו בתרבות בשעה 14:00?

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:
--------------	-------------------

תשובה:

"אחת לחצי שעה"
לאת אומרת ש-n
וה מספר
חצאי השעות
שעברו מ-9:00
ל-14:00

ב. כמה חיידקים היו בתרבות באותו בוקר בשעה 7:00?

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:
--------------	-------------------

תשובה:

שאלה מתוך המאגר:

"כף חיידק
מתחלק
ל-2 ימים"
q - e
וה מספר

- בתרבות חיידקים מתחלק כל חיידק לשניים, אחת לחצי שעה. בשעה 8⁰⁰ בבוקר היו בתרבות 40,000 חיידקים.
- א. כמה חיידקים יהיו בתרבות בשעה 15⁰⁰?
- ב. כמה חיידקים היו בתרבות באותו בוקר בשעה 5⁰⁰?

פתרונות: 1. 178 טון 2. בערך 1,294 יתושים 3. בערך 372 עופות 4. א. כ-2,075,941 חיידקים ב. כ-7,111 חיידקים.
שאלת מאגר: א. כ-655,360,000 חיידקים. ב. 625 חיידקים

מציאת הזמן (n) בבעיות גידול ודעיכה

הצדק לא צוא את ה-n (הזמן) בעיות גידול
 ודעיכה היא: פשוט אנסות!

דוגמא לתרגיל:

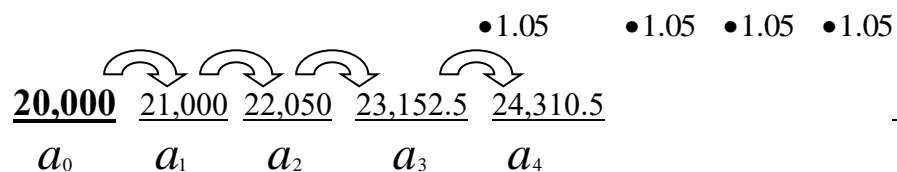
מחיר יצירת אומנות הוא 20,000 ₪. בכל שנה ערך היצירה עולה ב-5%.
 כעבור כמה שנים מחיר היצירה יהיה 24,310 ₪?

פתרון:

$$q = \frac{1+5}{100} = 1.05 \quad \text{לפני הכל נחשב את מקדם הגדילה } q$$

אפשרות א': פתרון גרפי:

נבדוק: כמה פעמים צריך להכפיל את a_0 במקדם הגדילה q כדי להגיע ל-24,310?



תשובה: $n=4$ לאחר 4 שנים היצירה תעלה 24,310

אפשרות ב': הצבה בנוסחה

נציב בנוסחה:	נארגן את הנתונים:
$a_n = a_0 \cdot q^n$ $24,310 = 20,000 \cdot 1.05^{??}$	$a_0 = 20,000$ $q = 1.05$ $n = ????$ $a_n = 24,310$
<p>שלב זה פשוט ננסה להציב ב-n מספרים עד שנגיע לתשובה הנכונה. ה-n בשאלות הבגרות תמיד יהיה מספר שלם בין 1 ל-4</p>	

תרגילים

1. מחיר מכונת חדשה הוא 60,000. בכל שנה יורד המחיר ב-10%. מצאו לאחר כמה שנים יהיה מחיר המכונת 43,740 ש"ח.

נמצא את q : $q =$

a_0

<u>נציב בנוסחא:</u>	<u>נארגן את הנתונים:</u>

2. אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת מתרבה בצורה מעריכית. לפי 2.5% בשנה. אם בזמן מסוים היו בעיר 800,000 תושבים מצא לאחר כמה שנים יהיו בעיר 840,500 תושבים.

נמצא את q :

a_0

<u>נציב בנוסחא:</u>	<u>נארגן את הנתונים:</u>

3. כמות עץ גדלה כל שנה ב-60%. כיום יש בעיר $5 \cdot 10^4$ טונות של עץ. מצאו עוד כמה שנים יהיו בעיר $1.28 \cdot 10^5$ טונות של עץ.

נמצא את q :

a_0

<u>נציב בנוסחא, נבודד, וננסה למצוא את n:</u>	<u>נארגן את הנתונים:</u>

פתרונות: 1. 3 שנים 2. שנתיים 3. שנתיים.

לפעמים במקום לרשום מספרים גדולים באופן מלא ישתמשו בכתב חזקות. המספר $5 \cdot 10^4$ שווה ל- 50,000 המספר $1.28 \cdot 10^5$ שווה ל- 128,000

מציאת מקדם הגדילה (q)

דוגמא:

אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת מתרבה בצורה מעריכית. בזמן מסוים היו בעיר 20,000 איש. כעבור 5 שנים היה מספר התושבים בעיר 28,000. מהו מקדם הגדילה (q)?

<u>נציב בנוסחה ונפתור:</u>	<u>נארגן את הנתונים:</u>
$a_n = a_0 \cdot q^n$ <p style="text-align: center;">נציב נתונים</p> $28000 = 20000 \cdot q^5$ <p style="text-align: center;">נחלק במקדם ה-q</p> $\frac{28000}{20000} = \frac{20000}{20000} \cdot q^5$ <p style="text-align: center;">↓</p> $1.4 = q^5$ <p style="text-align: center;">נוציא שורש</p> $\sqrt[5]{1.4} = \sqrt[5]{q^5}$	$a_0 = 20000$ $q = ???$ $n = 5$ $a_n = 28000$
<p>במחשבון:</p> $5 \rightarrow shift \rightarrow ^ \rightarrow 1.4$ $1.0696 = q$ $q = 1.0696$	

תרגול:

1. בשמורת טבע נערכו שתי ספירות של אוכלוסיית עופות דורסים. בספירה הראשונה נספרו 900 עופות. בספירה השנייה שבוצעה 7 חודשים לאחר הספירה הראשונה, נספרו 1,430 עופות. חשבו את מקדם הגדילה (q).

<u>נציב בנוסחה ונפתור:</u>	<u>נארגן את הנתונים:</u>
$a_n = a_0 \cdot q^n$	$a_0 =$ $q =$ $n =$ $a_n =$

2. כמות של חומר רדיואקטיבי יורדת בכל שנה בצורה מעריכית. בבדיקה ראשונה נמצא שכמות החומר היא 1000 גרם. לאחר 9 שנים נערכה בדיקה נוספת והתברר כי כמות החומר שנותרה היא 600 גרם. מצאו את ה-q.

$a_n = a_0 \cdot q^n$: <u>נציב בנוסחה ונפתור:</u>	<u>נארגן את הנתונים:</u>
	$a_0 =$
	$q =$
	$n =$
	$a_n =$

3. כמות אצות באגם מתרבה בצורה מעריכית. במדידה הראשונה היו באגם 300 ק"ג אצות. לאחר 6 שנים נערכה מדידה נוספת ונמצא כי כמות האצות באגם היא 600,000 ק"ג. מצאו את q.

$a_n = a_0 \cdot q^n$: <u>נציב בנוסחה ונפתור:</u>	<u>נארגן את הנתונים:</u>
	$a_0 =$
	$q =$
	$n =$
	$a_n =$

4. כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית. מדען שקל את החומר פעמיים באותו היום וקיבל את התוצאות הבאות: בשעה 9:00 היה משקל החומר 88 גרם. בשעה 13:00 היה משקל החומר 53 גרם. מצאו את q.

$a_n = a_0 \cdot q^n$: <u>נציב בנוסחה ונפתור:</u>	<u>נארגן את הנתונים:</u>
	$a_0 =$
	$q =$
	$n =$
	$a_n =$

פתרונות: 1. $q = 1.068$ 2. $q = 0.945$ 3. $q = 3.549$ 4. $q = 0.88$

בחזרה q-מ לאחוז....

כאשר יסאפו אותנו לאבי אחוז האידוף או הדציכה נטרק לאמיר את ה-q בחזרה לאחוז.

אייק צוסיט את לנה?

נכפוף את ה-q ב-100 ואז נבדוק מה המרחק של התוצאה מ-100.
אם התוצאה גדולה מ-100 היה פה תהליך של אידוף.
אם התוצאה קטנה מ-100 היה תהליך של דציכה או ירידה.

הפכו את ה-q לאחוז:
דואמאות:

$$q = 1.029$$

.1

$$1.029 \cdot 100 = 102.9$$

המרחק של 102.9 מ-100 הוא (+2.9) ולכן היה גידול של 2.9%.

.2

$$q = 0.94$$

$$0.94 \cdot 100 = 94$$

המרחק של 94 מ-100 הוא (-6) ולכן היתה ירידה של 6%.

.3

$$q = 1.068$$

.4

$$q = 0.83$$

.5

$$q = 1.27$$

.6

$$q = 0.795$$

תרגילי מאגר

1. חלקת יער הכילה לפני 20 שנים 30,000 טונות של עץ. היום יש בחלקת היער 40,000 טונות של עץ. נתון כי כמות העץ ביער גדלה בכל שנה כמו סדרה הנדסית.
- א. בכמה אחוזים גדלה כמות העץ מדי שנה?
ב. מה תהיה כמות העץ ביער בעוד 20 שנה?

2. כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שעה באחוז קבוע. מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי שלוש פעמים באותו יום, ואלה התוצאות שקיבל:
- בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 50 גרם.
בשעה 9:00 בבוקר היה משקל החומר 40 גרם.
בשעה 16:00 אחר הצהריים שקל את החומר בפעם השלישית באותו יום.
- א. מצא בכמה אחוזים קטן משקל החומר בכל שעה.
ב. מצא את משקל החומר הרדיואקטיבי בשקילה השלישית.

3. כמות העץ ביער גדלה בכל שנה ב-14.163%. כיום יש ביער $5 \cdot 10^4$ טונות של עץ.
- א. מצא כמה טונות של עץ יהיו ביער בעוד 10 שנים?
ב. בכמה אחוזים גדל היער במהלך 10 שנים?
ג. מצא בעוד כמה עשרות שנים יהיו ביער 10^7 טונות של עץ.

פעילות אינדוקציה ודעיכה - תכניפים דו עיניים

תכניפים אינדוקציה ודעיכה קודם לזמן את ה- q למרות של התקשורנו ורק לאחר מכן לענות על השאלה שכתבת בתכניפים.

בחלק הראשון של התרגיל דו שלבי יינתנו לנו נתונים בעזרתם נמצא את q .
 בחלק השני של התרגיל, נשתמש ב- q וב- a_0 שמצאנו בחלק הראשון ונפתור את התרגיל.

שאלה: איך נזהה שמדובר בתכניפים דו עיניים?
תשובה: כאשר ננסה לארגן את הנתונים נראה שמקשים מאיתנו לזמן את n או את a_n אבל הנתונים חסר לנו מקדם העיניים (q).

דוגמא:

כמות אצות באגם מתרבה בצורה מעריכית. במדידה הראשונה היו באגם 2000 ק"ג אצות. כעבור שנתיים מהמדידה הראשונה היו באגם 5,000 ק"ג אצות. איזו כמות אצות תהיה באגם כעבור 5 שנים מהמדידה הראשונה?

פתרון:

שלב א' מציאת ה- q (למרות שלא ביקשו מאיתנו...):
 נתייחס לנתונים שבחלק הראשון של השאלה:

נציב בנוסחה ונפתור:	נארגן את הנתונים:
$a_n = a_0 \cdot q^n$ $50000 = 2000 \cdot q^2$ $\frac{50000}{2000} = \frac{2000}{2000} \cdot q^2$ \downarrow $25 = q^2$ $\sqrt[2]{25} = \sqrt[2]{q}$ $5 = q$	$a_0 = 2000$ $q = ???$ $n = 2$ $a_n = 50000$

שלב ב': נתייחס לנתונים שבחלק השני של התרגיל ונענה על השאלה שנשאלה בתרגיל:
 (a_0 ו- q שארית כשהיו גם הפעם ב')

נציב ונפתור:	נארגן את הנתונים:
$a_n = a_0 \cdot q^n$ $a_n = 2,000 \cdot 5^5$ $a_n = 6,250,000$	$a_0 = 2,000$ $q = 5$ $n = 5$ $a_n = ???$

תשובה:

תרגול – תרגילים דו שלביים

1. בריף האלמוגים באילת מתרבים הדגים בצורה מעריכית. בבדיקה ראשונה נספרו 500 דגים.

כעבור 4 חודשים נספרו 19,875 דגים.

כמה דגים נספרו לאחר 7 חודשים?

שלב א' (התייחסו לנתונים שבחלק הראשון של השאלה ומצאו את q)

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

שלב ב' (זכרו! a_0 ו- q נשארים כשהיו גם בשלב ב' אך נתון הנוסף הוא בהתאם לשאלה שנשאלת)

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____

2. אוכלוסיית תושבים בעיר מתרבה בצורה מעריכית. היום יש בעיר 53,850 תושבים. בעוד שלוש

שנים יהיו בעיר 98,678 תושבים.

כמה תושבים יהיו עוד 7 שנים?

שלב א'

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

שלב ב'

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה: _____

3. בפרדס תפוזים בדקו ומצאו כי כמות התפוזים לדונם מתרבה בצורה מעריכית. בשנה הראשונה

אספו 4500 ק"ג תפוזים ובשנה הרביעית אספו 7200 ק"ג.

כמה ק"ג יאספו בשנה השמינית?

שלב א'

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

שלב ב'

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה

4. מספר תושבים בעיר מסויימת גדל בצורה מעריכית. במפקד אוכלסין ב-1995 נספרו 7000 איש.

במפקד נוסף ב-2003 נספרו 20500 איש.

כמה תושבים יהיו בעיר ב-2010?

שלב א'

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

שלב ב'

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

5. בשמורת טבע בוצעו 2 ספירות של אוכלוסיית שפני הסלע. בספירה ראשונה נספרו 250 שפנים. בספירה השניה שבוצעה תשעה חודשים לאחר מכן נספרו 307 שפנים. חשב כמה חודשים לאחר הספירה הראשונה היו בשמורה 268 שפנים. **שלב א'** (התייחסו לנתונים שבחלק הראשון של התרגיל ומצאו את q)

עונו לבי!
מה
מקשים
מאיתנו
למא?

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

שלב ב'

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה:

6. כמות חומר רדיואקטיבית קטנה בצורה מעריכית. מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי שלוש פעמים באותו היום ואלה התוצאות שקיבל:
בשעה 10:00 בבוקר שקל החומר 350 גרם.
בשעה 12:00 שקל החומר 220 גרם.
בשקילה שלישית באותו יום היה משקל החומר 138 גרם. מצא באיזו שעה נערכה השקילה. **שלב א'**:

עונו לבי!
ה-n
הוא הזמן
שעבר בין
הקדיקות

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

שלב ב'

נציב בנוסחא:	נארגן את הנתונים:

תשובה:

פתרונות: 1. כ-314,637 דגים 2. כ-221,275 תושבים. 3. כ-11,464 ק"ג 4. כ-52,490 תושבים 5. 3 שנים 6. בשעה 14.00

תרגילי מאגר

- 1.** בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנתיים באותו תאריך, כדי לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. בספירה אחת נספרו 1093 עופות. בספירה שנערכה כעבור שנתיים נספרו 1507 עופות. חשב כעבור כמה שנים מהספירה הראשונה יהיו בשמורה 2,078 עופות דורסים.

כדי למצוא כמה הם 64% מכמות, נכפיל את הכמות באחוז:
 $50 \cdot 64\%$

- 2.** כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שלוש שעות באחוזי קבוע. מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי כל שלוש שעות באותו יום.
בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 50 גרם.
בשעה 9:00 בבוקר היה משקל החומר 40 גרם.
בשקילה נוספת באותו יום היה משקל החומר 29.6 גרם.
א. מצא באיזו שעה נערכה השקילה הנוספת.
ב. מצא באיזו שעה היה משקל החומר 64% ממה שהיה משקלו בשעה 6:00 בבוקר.

בשאלה זו כדאי למצוא את ה-q עבור פרק זמן של חודש (זאת אומרת שה-n בהישוב הראשוני תהיה 24)

- 3.** כמות האצות באגם גדלה בכל שנה באחוזי קבוע. במדידה ראשונה היו באגם $3 \cdot 10^4$ ק"ג של אצות. כעבור שנתיים מהמדידה הראשונה היו באגם $8 \cdot 10^5$ ק"ג של אצות. איזה כמות אצות תהיה באגם כעבור 3 שנים ו-4 חודשים מהמדידה הראשונה?

פתרונות: 1. 4 שנים. 2. א. בשעה 13.00 ב. בשעה 12. 3. כמות האצות תהיה כ- 6,990,463 ק"ג.

תרגילי הדמיה

בתרגילים אלו חסר לנו הנתון הראשוני a_0 . כדי שנוכל לענות על השאלה נניח שה- a_0 שווה ל-1000 (סתם כי זה מספר נוח לעבודה איתו..). ואז נייע לפתרון הבציה!

שאלות מאגר:

1. בבנק מסוים מציעים שתי תכניות חיסכון:

תכנית א' נותנת ריבית שנתית של 6% (אפשר להשקיע בתכנית זו רק ביחידות של שנה שלמה). תכנית ב' נותנת ריבית זו שנתית של 12% (אפשר להשקיע בתכנית זו רק ביחידות של שנתיים שלמות).

א. באיזו תוכנית כדאי לבחור אם רוצים להשקיע את הכסף ל-4 שנים? נמק.
ב. הבנק שינה את תנאי החיסכון ומאפשר בחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתכנית א' (ביחידות של שנה שלמה), ובחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתכנית ב' (ביחידות של שנתיים שלמות). אדם רוצה להשקיע את כספו לתקופה של 21 שנים. כיצד כדאי לאדם להשקיע את כספו, כדי לקבל רווח מרבי. בתשובתך הסתמך על התוצאה שקיבלת בסעיף א'.

2. ברשותי סכום כסף. מציעים לי שתי תכניות חיסכון: תכנית אחת ל-5 שנים שבסופן

אקבל את הקרן עם 50% רווח מסכום הקרן. תכנית שנייה ל-6 שנים שבסופן אקבל את הקרן עם 60% רווח מסכום הקרן. בשתי התכניות יש ריבית שנתית קבועה. באיזו תכנית יש ריבית שנתית גבוהה יותר? 14. המשקל של חומר רדיואקטיבי מסוים יורד בכל 10 שנים ב-20.63%. כמה עשרות שנים יחלפו עד שמשקלו ירד למחצית ממשקלו המקורי?

3. המשקל של חומר רדיואקטיבי מסוים יורד בכל 10 שנים ב-20.63%. כמה עשרות שנים יחלפו עד שמשקלו ירד למחצית ממשקלו המקורי?

ולסיום...עוד שאלה אחרונה ו---זי! (וכאן בעיקר צריך להפעיל הגיון פשוט...)

- 4.** המשקל של חומר רדיואקטיבי קטן בכל שנה באחוז קבוע. משקל של חומר רדיואקטיבי מסוים קטן בכל 40 שנה למחצית ממה שהיה בתחילת התקופה. מצא כמה גרם נותרו מ-1000 גרם של חומר זה:
- א. לאחר 40 שנה.
 - ב. לאחר 80 שנה.
 - ג. לאחר 20 שנה.
 - ד. לאחר 100 שנה.

חזרה – כל שאלות המאגר:

- 1.** כמות הדגים בבריכה גדלה כל חודש ב- 6%. בתאריך 1.1.2000 כמות הדגים בבריכה הייתה 7 טון. מה כמות הדגים שהייתה בבריכה בתאריך 1.1.2002?

2. יש ברשותי מכונית בדיוק 3 שנים. מחירה היום הוא 50,000 שקלים. המחיר של מכונית משומשת יורד כל שנה ב- 10%.

- א. מה הסכום ששילמתי עבור המכונית?
- ב. אם אמכור את המכונית בעוד שלוש שנים, מה יהיה מחירה של המכונית אז?

3. חלקת יער הכילה לפני 20 שנים 30,000 טונות של עץ. היום יש בחלקת היער 40,000 טונות של עץ. נתון כי כמות העץ ביער גדלה בכל שנה כמו סדרה הנדסית.

- א. בכמה אחוזים גדלה כמות העץ מדי שנה?
- ב. מה תהיה כמות העץ ביער בעוד 20 שנה?

4. בתרבית חיידקים מתחלק כל חיידק לשניים, אחת לחצי שעה.

בשעה 8⁰⁰ בבוקר היו בתרבית 40,000 חיידקים.

- א. כמה חיידקים יהיו בתרבית בשעה 15⁰⁰?
- ב. כמה חיידקים היו בתרבית באתו בוקר בשעה 5⁰⁰?

5. בבנק מסוים מציעים שתי תכניות חיסכון:

תכנית א' נותנת ריבית שנתית של 6% (אפשר להשקיע בתכנית זו רק ביחידות של שנה שלמה).
תכנית ב' נותנת ריבית דו שנתית של 12% (אפשר להשקיע בתכנית זו רק ביחידות של שנתיים שלמות).

א. באיזו תוכנית כדאי לבחור אם רוצים להשקיע את הכסף ל- 4 שנים? נמק.

ב. הבנק שינה את תנאי החיסכון ומאפשר בחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתכנית א' (ביחידות של שנה שלמה), ובחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתכנית ב' (ביחידות של שנתיים שלמות).
אדם רוצה להשקיע את כספו לתקופה של 21 שנים. כיצד כדאי לאדם להשקיע את כספו, כדי לקבל רווח מרבי. בתשובתך הסתמך על התוצאה שקיבלת בסעיף א'.

6. ברשותי סכום כסף. מציעים לי שתי תכניות חיסכון: תכנית אחת ל-5 שנים שבסופן אקבל את הקרן עם 50% רווח מסכום הקרן. תכנית שנייה ל-6 שנים שבסופן אקבל את הקרן עם 60% רווח מסכום הקרן.
בשתי התכניות יש ריבית שנתית קבועה.
באיזו תכנית יש ריבית שנתית גבוהה יותר?

7. אוכלוסיה במדינה מסוימת גדלה כל שנה ב-1.2%.
ב-1.1.1990 נערך מפקד אוכלוסין, והתברר כי מספר תושבי המדינה הוא 21.3 מליון.
א. מה יהיה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.2010?
ב. מה היה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.80?

8. הערך של מכונית יורד בכל חצי שנה ב-2.5%. מחיר מכונית חדשה הוא 180,000 שקלים.
ה. מהו מחיר המכונית לאחר שנה? בתשובתך עגל את התוצאה לשקלים.
ו. מהו מחיר המכונית לאחר 3.5 שנים? בתשובתך עגל את התוצאה לשקלים.
ז. מהו מחיר המכונית לאחר 5 שנים? בתשובתך עגל את התוצאה לאלפי שקלים.

9. המשקל של חומר רדיואקטיבי קטן בכל שנה באחוז קבוע. משקל של חומר רדיואקטיבי מסוים קטן בכל 40 שנה למחצית ממה שהיה בתחילת התקופה. מצא כמה גרם נותרו מ-1000 גרם של חומר זה:
א. לאחר 40 שנה.
ב. לאחר 80 שנה.
ג. לאחר 20 שנה.
ח. לאחר 100 שנה.

10. המשקל של חומר רדיואקטיבי מסוים יורד בכל 10 שנים ב- 20.63%. כמה עשרות שנים יחלפו עד שמשקלו ירד למחצית ממשקלו המקורי?

11. כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שלוש שעות באחוז קבוע. מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי כל שלוש שעות באותו יום.
בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 50 גרם.
בשעה 9:00 בבוקר היה משקל החומר 40 גרם.
בשקילה נוספת באותו יום היה משקל החומר 25.6 גרם.
א. מצא באיזו שעה נערכה השקילה הנוספת.
ב. מצא באיזו שעה היה משקל החומר 64% ממה שהיה משקלו בשעה 6:00 בבוקר.

12. כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שעה באחוז קבוע. מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי שלוש פעמים באותו יום, ואלה התוצאות שקיבל:
בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 50 גרם.
בשעה 9:00 בבוקר היה משקל החומר 40 גרם.
בשעה 16:00 אחר הצהריים שקל את החומר בפעם השלישית באותו יום.
א. מצא בכמה אחוזים קטן משקל החומר בכל שעה.
ב. מצא את משקל החומר הרדיואקטיבי בשקילה השלישית.

13. בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנתיים באותו תאריך, כדי לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. בספירה אחת נספרו 1093 עופות. בספירה שנערכה כעבור שנתיים נספרו 1507 עופות.
חשב כעבור כמה שנים מהספירה הראשונה יהיו בשמורה 3950 עופות דורסים, בהנחה שמספרם גדל בכל שנתיים באחוז קבוע.

14. אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת מתרבה בכל שנה באחוז קבוע של 2.4% לשנה. אם בזמן מסוים היו בעיר 499,400 תושבים.
א. מצא אחרי כמה שנים יהיו בעיר 549,100 תושבים.
ב. מצא מה יהיה גודל האוכלוסייה בעיר כעבור 7 שנים. בתשובתך עגל את התוצאה למאות שלמות.

15. כמות העץ ביער גדלה בכל שנה ב-14.163%. כיום יש ביער $5 \cdot 10^4$ טונות של עץ.
א. מצא כמה טונות של עץ יהיו ביער בעוד 10 שנים?
ב. בכמה אחוזים גדל היער במהלך 10 שנים?
ג. מצא בעוד כמה עשרות שנים יהיו ביער 10^7 טונות של עץ.

16. כמות האצות באגם גדלה בכל שנה באחוז קבוע. במדידה ראשונה היו באגם $3 \cdot 10^4$ ק"ג של אצות.
כעבור שנתיים מהמדידה הראשונה היו באגם $8 \cdot 10^5$ ק"ג של אצות.
איזה כמות אצות תהיה באגם כעבור 3 שנים ו-4 חודשים מהמדידה הראשונה?

