

חשיבה על חשיבה באמצעות חידות

דפואון ונר

יואב ממחיש בתהליך החשיבה שלו מספר נטיות חשיבה ומיומנויות חשיבה:

- הוא אינו מסתפק בפתרון הראשון שעולה בדעתו, אלא ממשיך לחשוב על החידה [לא ידוע לנו אם הדבר נובע מהערכה שלו, שהפתרון הראשון קל מדי, או מסיבה אחרת]. נטיית החשיבה "לא להסתפק בפתרון הראשון שחושבים עליו" היא נטייה המועילה לא רק בפתרון חידות, אלא גם במצבי חיים אחרים.
- ההבנה כי בזמן שהמחוג הגדול נע, גם המחוג הקטן משנה את מיקומו מתבררת בהמשך. הדבר לא נאמר במפורש, ולכן אפשר רק לשער, שבוצע כאן בעצם תהליך של **בדיקה או הערכה של הפתרון הראשון**. כמובן שגם זו נטיית חשיבה מועילה.
- לאחר שיואב מתקן עצמו בשנית, הוא מבין "שהדבר לא יסתיים לעולם". זהו ניסיון להכליל את התהליך, שבו המחוג הקטן נע בזמן שהמחוג הגדול נע. כפי שנראה בהמשך, מתעוררת בעיה (מתעורר פרדוקס) כאשר ניסיון הכללה זה מושווה למה שידוע לנו על מחוגים מחיי היום-יום.

הכללה היא מיומנות חשיבה שמקנה תובנה חדשה אודות הדבר שעליו חושבים. במקרה זה, נמצא כי בלב החידה נמצא חישוב, הכולל חיבור של מספר אינסופי של איברים. לו היו ברשותו של יואב כלים להתמודדות עם חישוב זה, עשוי היה להגיע לפתרון. בכל מקרה, יואב נמצא במצב מתקדם יותר מחושבים אחרים, המבחינים בתהליך שיוצרים המחוגים, אך אינם מבצעים את ההכללה.

תהליך חשיבה דומה עבר יונתן מוסט מפתח תקוה. יונתן שלח תיעוד של החשיבה שלו, כשלצידו הערות מטאקוגניטיביות (הערות על תהליך החשיבה שלו עצמו). קטעים ממכתבו מובאים בטבלה 1 בעמוד הבא:

במדורנו נתמקד הפעם במכתבי קוראים, אשר התייחסו לחשיבה שלהם במהלך ההתמודדות עם חידת המחוגים (שניתנה בעלון הקודם). המכתבים ממחישים מודעות של הפותרים לחשיבתם, וכן מדגימים מספר נטיות חשיבה ומיומנויות חשיבה בעלות ערך. המכתבים מתפרסמים על דעת הכותבים ובהסכמתם.

נזכיר את חידת המחוגים:

השעה כעת היא 12:00. כמה זמן יחלוף עד ששני המחוגים ימצאו בדיוק זה מעל זה שוב?

מיכל שפיר מאשדוד מציעה **לערוך ניסוי**. הצעה זו שוברת את המסגרת המקובלת של חשיבה על חידות, ולכן ראויה לציון. ניסוי שייך לעולם הממשי, הפיזי, וקשור במונחים כגון אמצעי מדידה, תצפית, דיוק וכד'. ניסוי כזה יכול להתבצע על-ידי סיבוב המחוגים בשעון ומדידת הזווית המדוייקת במפגש, וחישוב השעה מהזווית. לעומת זאת, רוב הפותרים מתייחסים לחידה כאל חידה מתמטית, ומפעילים בהתאם חשיבה לוגית-מתמטית¹.

חשיבה לוגית-מתמטית

חשיבה לוגית-מתמטית היא לרוב חשיבה סדורה. יואב שיאון, אף הוא מאשדוד, ממחיש את שלבי החשיבה שעבר בהתמודדות עם החידה:

כאשר קראתי לראשונה את החידה עלתה המחשבה הראשונה שהמחוגים יפגשו לאחר שעה אחת. לאחר רעצתי... הפנתי שבאמן שהמחוג הגדול צוה סיבוב פעם, עם המחוג הקטן מנה את מקומו בעצם אחת. העצרה שניה עלתה בראש, שהמחוגים יפגשו בעצם אחת וחמש דקות תיקנתי את עצמי הפנתי לאחר שהפנתי שהמחוגים יפגשו יפגשו עם המחוגים דקות אלה ועדכרתי לא יסתיים לעולם... החלטתי לנסות את התוצאה. הפנתי מיד שהתשובה קשורה ב- 1/12 מפני שחמש (דקות) ביחס לעצם פעם...

¹Howard Gardner מדבר בתיאוריית "ריבוי

האינטליגנציות" שלו על שבע אינטליגנציות, שאחת מהן היא הלוגית-מתמטית. ראו מאמרו בעלון זה.

תיעוד החשיבה	הצרות מטאקואניטיביות
<p>באילו שעות המחוגים נמצאים זה מעל זה בדיוק? רק 12:00 האמנם?</p>	<p>התחלתי לחשוב חשיבה פואטית, ואיך התחלתי נתון הברור ביותר החסר לפתירת השאלה. כאן הנחתי הנחה כתשובה לנתון החסר, אקפקתי:</p>
<p>בזמן שהמחוג הקטן עובר את השעה 12:00, המחוג הגדול עושה סיבוב שלם ועוד קצת עד שמגיע שוב למחוג הקטן. כמה קצת? כמה שהמחוג הקטן המשיך בינתיים. אבל המחוג הקטן ממשיך לזוז בזמן שהמחוג הגדול משלים את ה"סיבוב וקצת".</p>	<p>ואיך (החלפתי) את הנחתי הראשונה בהנחה השנייה יותר... וכן צברתי להסתכל בשלון המחוגים שלי... צברתי לחשיבה ויזואלית²</p>
<p>זה מזכיר לי את סיפור "אכילס והצב", הפרדוקס בו אכילס לעולם לא משיג את הצב מכיוון שבעוד הוא מדביק אותו הצב מתקדם הלאה.</p>	<p>המשכתי עם עוד שאלות והנחות להשלים את הנחתי השניה לפני הנתון החסר.</p>
<p>מכאן: המחוגים לעולם לא יפגשו!!!!? לא הגיוני.</p>	<p>כאן צלחתי בדעתי אסוציאציה...</p>
<p>השאלה דומה לשאלת תנועה⁴...</p>	
<p>בכמה מהיר המחוג הגדול מהמחוג הקטן? בעוד המחוג הקטן מתקדם ממספר למספר, המחוג הגדול מתקדם סיבוב שלם... השעון מחולק ל-12 מספרים, מכאן שהמחוג הגדול מהיר פי 12 מהמחוג הקטן.</p>	<p>כאן חזרתי לחשיבה פואטית וצברתי לפני אחר, האוכר לי אפית הספר. שוב הדדתי נתון חסר...</p>
<p>זאת אומרת, שבזמן שהמחוג הגדול יתקדם סיבוב בשעון כדי להדביק את המחוג הקטן, אותו מחוג יתקדם (משעה 12) לשעה 1.</p>	<p>אני משיג את הנתון החסר בצורת כלים אריתמטיים</p>
<p>כשהמחוג הגדול יגיע לשעה 1, המחוג הקטן יתקדם 1/12 מהדרך לשעה 2.</p>	
<p>בעוד המחוג הגדול מדביק אותו, יתקדם המחוג הקטן עוד 1/144 מהדרך לשעה 2, וכן הלאה...</p>	

טבלה 1

² בחיי היום יום אנו קולטים מידע ויזואלי כל הזמן. מתי נאמר שאנו חושבים חשיבה ויזואלית? חשיבה ויזואלית מתרחשת כאשר אנו מייצגים מידע באופן ויזואלי חדש או שונה (למשל, מציירים גרף, תרשים, או מפה), ומשיגים בכך תובנה חדשה. ראו למשל, תרשימי העוגה בחידת המלצר בעלון הקודם, שהובילו לתובנה, שאין משמעות לחיבור פיסות מעוגות שונות. לכן, קצת קשה להתייחס להסתכלות בשעון כאל "חשיבה ויזואלית". (גם יונתן מתייחס במכתבו לכך.)

³ אכילס, הגיבור היווני, התחרה בריצה עם צב. אכילס מהיר פי 10 מהצב, ולכן נתן לו מקדמה של עשרה מטרים. כאשר החלה התחרות, עבר אכילס עשרה מטרים והגיע עד לנקודת המוצא של הצב, אך בינתיים עבר הצב מטר. בזמן שאכילס עבר מטר זה, התקדם הצב עוד 10 סנטימטרים. וכך הלאה... וכך (בפרדוקס של Zeno) לא השיג אכילס לעולם את הצב.

⁴ בהמשך נראה כיצד מובילה אבחנה זאת לפתרון אחר.

השאלה היא: כמה זמן יחלוף עד ששני המחוגים יהיו שוב זה מעל זה?
[ובניסוח מתמטי: $t = ?$]
[כאשר t הוא הזמן בין 12:00 למפגש הראשון]

[אבחנה ראשונה]:
בשעה עובר המחוג הגדול 360°
[ומכאן ש-] בדקה עובר המחוג הגדול $360^\circ/60 = 6^\circ$

[אבחנה שניה]:
בשעה עובר המחוג הקטן $360^\circ/12 = 30^\circ$
[ומכאן ש-] בדקה עובר המחוג הקטן 0.5°

נסמן ב- x את הזווית שעובר המחוג הקטן בזמן t [כלומר, עד למפגש]

[אבחנה שלישית]:
הזווית שעובר המחוג הגדול בזמן t היא $x+360$
[כאן יש הנחה סמויה שהמפגש מתקיים בסיבוב השני של המחוג הגדול]

[עכשיו אפשר לבנות שתי משוואות בשני נעלמים]:

[הזווית x שעובר המחוג הקטן עד למפגש היא:]
 $x = 0.5t$ [ראו אבחנה שניה]

[הזווית שעובר המחוג הגדול עד למפגש היא:]
 $x + 360 = 6t$ [ראו אבחנה ראשונה ושלישית]

[נציב את המשוואה הראשונה בשנייה]:

$$\begin{aligned} 0.5t + 360 &= 6t \\ 360 &= 6t - 0.5t = 5.5t \\ t &= 360/5.5 \quad [= 720/11] \end{aligned}$$

ושבו קיבלנו את הפתרון לחידה.

חשיבה מצבית:

אחת האבחנות של יונתן היתה שהשאלה דומה לחידת תנועה. בחידת תנועה מדובר בזמן, מהירות ומרחק. אבחנה זאת (והעובדה כי מהירות המחוגים קבועה) מאפשרת לנו לעבור מעיסוק בזמן לעיסוק במרחק. נטישת העיסוק בזמן מחלצת אותנו מהחשיבה התהליכית; במקום זאת, אנו בוחנים את המצב הסופי, הרצוי, מול המצב ההתחלתי, הנתון. לחשיבה כזאת נוכל לקרוא **חשיבה מצבית**.

נתבונן, איפוא, במצב הסופי. זהו מצב שבו הדביק המחוג המהיר את המחוג האיטי. למצב ההתחלתי נתייחס כאל מצב שבו המחוג האיטי **מקדים** את המחוג המהיר **בסיבוב שלם** (בדומה ל"פור" שיש

כפי שניתן לראות, גם יונתן, כמו יואב, נקלע לחישוב שבו נראה, שהמחוג הגדול לעולם לא ישיג את המחוג הקטן. מה עושים? והרי אנו יודעים מניסיונו שהמחוגים אכן נפגשים! אנו יכולים לייחס קושי זה **לחשיבה התהליכית** שנקטו יואב ויונתן. חשיבה תהליכית היא חשיבה סדורה (חשיבה שבה כל צעד נובע מהצעד הקודם), שבה אנו עוקבים בדמיונו אחר תהליך כלשהו. במקרה זה אנו עוקבים אחר התהליך, שבו המחוג הגדול רודף אחר המחוג הקטן.

חשיבה תהליכית היא טבעית כאשר אנו עוסקים בתהליכים המתפתחים לאורך זמן. אנו "נתקעים" בחידה זו (ובחידות רבות אחרות) משום שאיננו מצליחים לצאת מהחשיבה התהליכית.

נציג כעת פתרון מתמטי לחידת המחוגים. הפתרון (שהוא גם פתרון הפרדוקס של אכילס והצב) טמון בעובדה, שלמרות מספר הצעדים האינסופי בחישוב, הזמן הכולל לביצועם אינו אינסופי. טור המספרים שיש לחבר כדי להגיע לפתרון (המבוטא בדקות) הוא מה שהחל יונתן לחשב. שימו לב כי כל ביטוי הוא $1/12$ מהביטוי הקודם:

$$60 + (1/12 \times 60) + (1/12 \times 1/12 \times 60) + (1/12 \times 1/12 \times 1/12 \times 60) + \dots$$

קיימת נוסחה מתמטית המאפשרת לחשב סכום מספרים אינסופי כזה (הנקרא טור מתכנס). אנו לא נסביר מדוע זוהי הנוסחה המתאימה, אך נראה איך מגיעים לפתרון החידה באמצעותה (לאחר מכן נציג פתרונות אחרים, שאין בהם נוסחאות). הנוסחה היא:

$$S = a_1 / (1-q)$$

כאשר S הוא סכום הטור (מה שאנו מחפשים), a_1 הוא האיבר הראשון בטור (60 במקרה זה) ו- q הוא היחס בין כל איבר בטור לאיבר הקודם לו ($1/12$ במקרה שלנו). כך שמקבלים:

$$S = 60 / (1 - 1/12) = 60 \times 12 / 11 = 720 / 11 = 65.4545... \approx 65.45$$

שהם שעה, חמש דקות ו-27 שניות בקירוב (המפגש מתרחש בין השניה ה-27 לשניה ה-28).

חשיבה סדורה: אפשרויות נוספות

נראה עתה תהליך של חשיבה סדורה, מתמטית, המוביל לאותו פתרון מבלי להשתמש בנוסחה של טור מתכנס. בתהליך זה מתורגם המידע המילולי המצוי בחידה לביטויים מתמטיים. להלן קטע נוסף ממכתבה של מיכל שפיר, בצירוף הערות:

- הזמן שעובר עד שני המחוגים חוזרים ונפגשים בשעה 12:00 הוא 12 שעות.
- ב- 12 שעות מבצע מחוג הדקות 12 סיבובים שלמים.
- ב- 12 שעות מבצע מחוג השעות סיבוב אחד.
- בין השעה 1:00 והשעה 2:00 יש מפגש אחד של המחוגים
- בין השעה 2:00 והשעה 3:00 יש מפגש אחד של המחוגים
- בין השעה 10:00 והשעה 11:00 יש מפגש אחד של המחוגים; סה"כ 10 מפגשים עד כה.
- בשעה הראשונה יש רק את המפגש המקורי (12:00)
- בשעה האחרונה יש רק את המפגש הסופי (12:00)

אם נבטא אבחנות אלה באופן ויזואלי, עשוי הדבר להראות כמו באיור 1.

כל אחד מהמעגלים בצירוף זה מבטא מפגש של המחוגים. מהצירוף אפשר לראות, שב-12 השעות שבין 12:00 ל-12:00 יש 10 מפגשי מחוגים (העיגולים השחורים).

מה אפשר לעשות עם מידע זה? אפשר להסתכל שוב בצירוף, ולראות ש-12 השעות נחלקות ל-11 קטעים. אורכם של כל הקטעים הללו שווה (כי קצב התנועה של המחוגים קבוע). אורכו של כל קטע מבטא את הזמן בין שני מפגשים עוקבים של המחוגים. ברור עתה, כי **אורכו של כל קטע הוא 12/11 שעות**, (שהם 720/11 דקות) ותוצאה זו כבר פגשנו: זהו פתרון החידה.

פתרון זה, שהושג באמצעות חשיבה לטרלית, ניתן להגיע גם על-ידי טכניקה אחרת, ספציפית יותר, לפתרון בעיות: זוהי הטכניקה של **פתרון בעיה כללית יותר** (כמה פעמים נפגשים המחוגים ב-12 שעות), שממנה ומפתרונה נגזר הפתרון לחידה המקורית באופן פשוט. יישומים של טכניקה זאת ניתן למצוא, בין השאר, במחקרים מתמטיים אקדמיים, ובהתמודדות עם בעיות מתחומים כגון פסיכולוגיה וניהול. גאורגי מלמד מאשרוד הגיע אף הוא לפתרון החידה על-ידי בחינה ומניה של מפגשי המחוגים ב-12 שעות. הוא הגיע לכך לא על-ידי הצגת השאלה "כמה פעמים יפגשו המחוגים ב-12 שעות", אלא במסגרת תהליך של **בחינת הנחות יסוד**. הוא ניסח מספר הנחות

לצב על אכילס; אפשר אפילו לפרוס בדמיון את לוח השנתות של השעון לקו ישר). עכשיו נשאל: מה ההפרש במרחק בין שני המחוגים **במצב ההתחלתי**?

נגדיר את המרחק שעובר המחוג הקטן בדקה כיחידת מרחק אחת. בסיבוב שלם של השעון יש 720 יחידות מרחק כאלה (למחוג הקטן לוקח 12 פעמים 60 דקות כדי לעשות סיבוב שלם). לכן, הפרש המרחק בין שני המחוגים **במצב ההתחלתי** הוא 720 יחידות.

במצב הסופי (במפגש) המרחק בין המחוגים הוא אפס. עכשיו נשאל: בכמה מצטמצם המרחק של 720 יחידות בכל דקה? כבר הגדרנו כי המחוג הקטן עובר יחידת מרחק אחת בדקה; אנו יודעים גם, כי המחוג הגדול מהיר פי 12, כלומר, הוא עובר 12 יחידות מרחק בדקה. המרחק בין שני המחוגים מצטמצם איפוא ב-11 יחידות מרחק בכל דקה.

עתה, לא נותר אלא לקבוע, כי כדי לצמצם את הפרש המרחק ההתחלתי של 720 יחידות, נדרשות בדיוק 720/11 דקות. והנה שוב הפתרון המוכר!

שימו לב, כי מכיוון שדיברנו על **הפרש מרחק במצב ההתחלתי**, ולא בזמן בין שני מצבים, עסקנו בגודל קבוע וידוע (720 יחידות מרחק), ולא בטור אינסופי. זהו יתרונה של החשיבה המצבית על פני החשיבה התהליכית.

חשיבה לטרלית:

כזכור, החושב הטרלי מעסיק את עצמו בחקירה של סביבת החידה. הוא בודק כיוונים, שואל שאלות נוספות, ואינו ניגש מיד להתמודדות סדורה וישירה עם השאלה המוצגת. למשל, הוא עשוי לשאול: האם יש משהו מיוחד בשעה 12:00, המופיעה בחידה? האם מחוג הדקות עובר מעל מחוג השעות, או מתחתיו? מה קורה למחוג השניות במהלך החידה? כמה פעמים יפגשו המחוגים (יעברו זה מעל זה) עד שישובו לשעה 12:00?

ברור, שלא כל השאלות הללו יובילו לפתרון. החושב הטרלי מודע לכך, ואינו נרתע מכך. למשל, השאלה האם מחוג השעות עובר מעל או מתחת למחוג הדקות אינה מסייעת (למיטב ידיעתו) לפתרון החידה. לעומת זאת, השאלה כמה פעמים יפגשו המחוגים עד שישובו לשעה 12:00, מובילה לאבחנות הבאות:



איור 1

סיכום

ראינו הפעם כיצד ניתן לשלב יכולת מטאקוגניטיבית עם מיומנויות חשיבה אחרות כדי להתמודד עם חידה. ראינו מקרים שבהם **אי הסתפקות בפתרון הראשון** הובילה לבדיקה של פתרון זה ולהחלפתו בפתרון אחר. ראינו ניצול וחקירה של **אסוציאציה** (הפרדוקס של אכילס והצב), שהתעוררה דווקא במסגרת **חשיבה לוגית-מתמטית**.

עמדנו על כך שה**חשיבה התהליכית** (סוג של חשיבה סדורה) היא טבעית כשיש תהליך המתפתח בזמן, כמו בחידת המחוגים. ראינו גם, שזו בדיוק החשיבה ש"תוקעת" אותנו עם תהליך, שנראה שאינו מסתיים לעולם. לאחר מכן ראינו, כי בכלים מתמטיים (נוסחה של טור מתכנס) ניתן בכל זאת לחשב את התהליך ולהגיע לפתרון.

אחת הדרכים להחלץ מהחשיבה התהליכית היא לעבור ל**חשיבה מצבית**. הדגמנו חשיבה מצבית כשראינו כיצד מעבר מעיסוק בזמן לעיסוק במרחק מוביל לפתרון נוסף בחידת המחוגים.

בהמשך הדגמנו כיצד **חקירה לטרלית** של עולם הבעיה עשויה להוביל לפתרון מכיוון אחר. ולבסוף, ראינו כיצד **בחינה של הנחות יסוד**, המופעלת במודע, הובילה לאיתור טעות בהנחת יסוד, וממנה לאותו הפתרון.

בבחינת תיעודי החשיבה עמדנו על כך ש**נחוצה כנות אינטלקטואלית** על-מנת להגיע להבנה של תהליכי החשיבה שלנו; הגדרנו מספר **רמות של מטאקוגניציה** והזכרנו כי טיפוח יכולת מטאקוגניטיבית מותנה בזמן, ברצון ובתירגול.

ועתה לחידה חדשה; כפי שעשו חלק מהכותבים, נסו, גם הפעם, להעלות על הכתב לא רק את הפתרון, אלא גם את **דרך החשיבה** שהובילה אליו. אם יש לכם יותר מרעיון אחד, ציינו את כולם ו**נמקו** איזהו הרעיון הסביר ביותר מביניהם.

חידת החלון בקומה השישית:

אדם מתבונן דרך חלון הנמא 3א בקומה השישית של בנין רב קומות. לפתע הוא פותח את החלון וקופץ דרכו. החלון נמא 20 מטר מעל הקרקע. בין החלון והקרקע אין חפצי כביסה, ואל הקרקע אין מזרון, כריכת מיט או חומר רק אחר. האדם לא השתמש במזרון או באמצעי אחר לפליאת נפילתו, ולמרות זאת, לא נפצע כתוצאה מקפיצתו. כיצד ייתכן הדבר?

יסוד, וביניהן: שהמחוגים יפגשו בעוד 12 שעות, שהמרחק בין ספרת השעה לנקודת המפגש של המחוגים באותה שעה גדל משעה לשעה, ושהמחוגים נפגשים 12 פעמים ב-12 שעות. בהמשך **בחן** את הנחות היסוד שלו וגילה, כי האחרונה שגויה. אבתנה זו הובילה אותו בהמשך לפתרון. זוהי דוגמה יפה לחשיבות התהליך (והנטייה) של בחינת הנחות היסוד.

תיעודי חשיבה ורמות של מטאקוגניציה

עד כמה מדויקים תיאורי החשיבה של הפותרים, שממכתביהם ציטטנו? יונתן מוסט מספר כי התיעוד היה במקור בכתב יד, וכאשר העתיקו למחשב נאלץ להתגבר על "רצון עז ליפות פה ושם". יונתן מדגים בכך נטיית חשיבה שריצ'רד פול⁵ מכנה "**כנות אינטלקטואלית**": זוהי הנטייה להיות כן עם עצמך בנוגע לאופן חשיבתך, וכן הנטייה להפעיל אותם סטנדרטים אינטלקטואליים כלפי חשיבתך, רעיונותיך, וטיעוניך, כפי שאתה מפעילם לגבי החשיבה, הרעיונות והטיעונים של אחרים. כנות אינטלקטואלית היא תנאי חשוב למטרותנו - הבנת התהליכי החשיבה שלנו.

עד כמה היו הפותרים מודעים לחשיבתם **במהלך החשיבה על החידה**? יונתן מוסט חש, "שכתיבת החשיבה שלי בעת שחשבתי (על החידה) הגבילה אותי, מכיוון שלא יכולתי להמשיך לחשוב ברצף לו אני רגיל". את ניתוח החשיבה שלו (ההערות המטאקוגניטיביות שהופיעו בטור הימני בטבלה 1) ביצע יונתן בדיעבד, ואז שם לב למעברים בין סוגי חשיבה שונים.

אין ספק, שקשה לחשוב בו זמנית על שני דברים, במקרה זה - על החידה ועל החשיבה שלנו. עם זאת, עיסוק במטאקוגניציה לאורך זמן מסייע בהפיכת המודעות לחשיבה לטבע שני. בהקשר זה נציין, שדיוויד פרקינס⁶ מבחין במספר רמות של מטאקוגניציה: ברמה הבסיסית אנו מזהים סוגי חשיבה ותהליכי חשיבה, ומעברים ביניהם. זוהי הרמה שאותה הדגים יונתן במכתבו. ברמה שניה (ה"טקטית"), אנו מזהים מצבים שבהם ראוי להפעיל סוג חשיבה, תהליך חשיבה, או כלי חשיבה כזה או אחר, ומפעילים אותם. ברמה השלישית (ה"אסטרטגית") אנו מודעים ליכולות החשיבה שלנו במידה כזו, שאנו מסוגלים ליזום טיפוח של יכולות החשיבה הפחות מפותחות (או אולי, אם נרצה דווקא, היותר מפותחות) שלנו. לא יהיה זה מפתיע אם נציין, שהתפתחות מטאקוגניטיבית היא עניין המצריך זמן, רצון, ותירגול.

⁵ Richard Paul, מראשי התנועה לחשיבה ביקורתית

(Critical Thinking) באוניברסיטת קליפורניה בסנומה.

⁶ David Perkins, ממובילי "Project Zero" באוניברסיטת

הארווארד בבוסטון. ראו מאמר אחר שלו בעלון זה.