

חשיבה על חשיבה באמצעות חידות

גדעון ונר

האזרח מחמיץ, החייל מחמיץ והאזרח פוגע (הסתברות $2/3 \times 1/3 \times 1/3$).
האזרח והחייל מחמיצים פעמיים כל אחד, והאזרח פוגע (הסתברות $2/3 \times 1/3 \times 2/3 \times 1/3 \times 1/3$), וכך הלאה.
כדי לחשב את ההסתברות של האזרח לשרוד יש לסכם את כל ההסתברויות הללו. נרשום אותן כך:

$$1/3$$

$$1/3 \times (1/3 \times 2/3)$$

$$1/3 \times (1/3 \times 2/3) \times (1/3 \times 2/3)$$

כלומר:

$$P = 1/3 \times (1 + 2/9 + (2/9)^2 + (2/9)^3 + \dots) = \frac{1/3 \times 1}{1 - 2/9} = 1/3 \times 9/7 = 3/7$$

כאשר נעשה שימוש בנוסחה לחישוב טור:

$$S = a/(1-q)$$

כאשר a הוא האיבר הראשון בטור $q-1$ הוא גורם ההכפלה בטור. למעשה, אין אפילו צורך להגיע לתוצאה מספרית, כפי שנראה בהמשך.

אם הדו-קרב בין האזרח לחייל נפתח בירייה של החייל, הסיכוי של האזרח לשרוד הוא $1/3 \times p$ (משום שהסיכוי של החייל להחמיץ בירייה הראשונה הוא $1/3$. אפשר גם להראות שזו התוצאה על ידי רישום הטור המתאים למקרה זה).

כעת נחשב את הסיכוי של האזרח לשרוד אם הוא יורה באוויר במסגרת התלת-קרב. סיכוי זה הוא סכום המקרים האלה:

החייל פוגע בצלף ויש דו-קרב בין החייל לאזרח, שבו האזרח יורה ראשון: $2/3 \times p$

החייל מחטיא את הצלף, הצלף פוגע בחייל, ויש דו-קרב בין האזרח והצלף, שבו האזרח יורה ראשון:

$$1/3 \times 1 \times 1/3 = 1/9$$

כלומר, הסיכוי של האזרח לשרוד בתלת-קרב אם הוא יורה באוויר (או אם הוא מחטיא את החייל והצלף) הוא:

$$2/3 \times p + 1/9$$

כעת, שתי טענות פשוטות המסיימות את ההסבר. הסיכוי שחושב לעיל גדול יותר מהסיכוי של האזרח לשרוד אם הוא פוגע בצלף: $2/3 \times p + 1/9 > 1/3 \times p$

וכמו כן, הסיכוי שחושב לעיל גדול מהסיכוי של אזרח לשרוד אם הוא פוגע בחייל (סיכוי זה הוא אפס: הצלף הורג אותו).

בעלון הקודם פרסמנו את חידת התלת-קרב: **צלף, חייל ואזרח עומדים לערוך ביניהם תלת-קרב באקדחים. הם יעמדו בקדקודי משולש, וכל אחד יירה בתורו, עד שרק אחד מהם ישרוד. הצלף פוגע במטרתו תמיד, החייל פוגע במטרתו $2/3$ מהמקרים והאזרח פוגע במטרתו $1/3$ מהמקרים. בשל כך סוכם שהאזרח יירה ראשון, אחריו - החייל, אחריו - הצלף, וחוזר חלילה. לאן כדאי לאזרח לכוון את ירייתו הראשונה?**

בני מאיר מגבעת אלה הגיע למסקנה, שהאזרח צריך לירות את הירייה הראשונה באוויר, ולא לכוון אף לאחד. זהו אכן הפתרון המועדף. נסביר זאת בשתי צורות: תחילה, הסבר מילולי עקרוני ואחריו, הסבר מתמטי מדויק.

ראשית, נטען כי לא כדאי לאזרח לכוון לעברו של החייל. הסיבה פשוטה: אם יפגע בחייל, הצלף יהרוג את האזרח בודאות בירייה הבאה. אם יחטיא, החייל לא יכוון אליו, אלא אל הצלף, מאותה סיבה. כלומר: עדיף לירות באוויר ולא בחייל.

כעת נטען, כי לא כדאי לאזרח לכוון לעברו של הצלף. אם יפגע בצלף, החייל יכוון אל האזרח ויהרוג אותו בסיכוי של $2/3$. אם יחטיא, החייל לא יכוון אליו אלא אל הצלף, כפי שכבר נאמר.

לסיכום: כל עוד שלושת המתמודדים בחיים חכות הירייה בידי החייל או הצלף, הם יכוונו זה אל זה, ולא אל האזרח. לאזרח כדאי לשמור על מצב זה ולירות באוויר בכל פעם שמגיע תורו, עד אשר אחד משני המתמודדים האחרים נפגע. כך הוא יוצר מצב של דו-קרב, שבו הוא עצמו יורה את הירייה הראשונה. אם אין האזרח מכוון לאוויר כל עוד שני האחרים בחיים, הוא מסתכן ביצירת מצב של דו-קרב, שבו אין לו את זכות הירייה הראשונה.

וכעת להסבר מתמטי מדויק יותר:

נתבונן תחילה במצב שבו האזרח מתמודד בדו-קרב עם החייל, כאשר האזרח מתחיל לירות, ונשאל מהו הסיכוי של האזרח לשרוד, סיכוי זה שנסמנו ב- P , מורכב מאוסף המקרים הבאים:

האזרח פוגע (הסתברות $1/3$)

וכעת לחידה חדשה:
What is the next line?
1
11
21
1211
111221
312211

לסיכום: הראינו שמבין שלוש האפשרויות: לירות בחייל, לירות בצלף, ולירות באוויר, הסיכוי של האזרח לשרוד הוא הגדול ביותר במקרה השלישי (תודה לאיציק יוגב על הניתוח המתמטי).
העניין המרכזי בחידה מבחינת החשיבה נעוץ בהנחה **סמויה**, שאותה מניחים פותרים רבים: שעל האזרח לכוון אל החייל או אל הצלף. הנחה זו אינה מחויבת המציאות ואינה נדרשת בחידה: ניסוח השאלה הוא בפירוש "לאן כדאי לכוון" ולא "אל מי כדאי לכוון".
השאלה המטאקוגניטיבית "מה אנו מניחים כמוכן מאליו" יכולה לשמש כרמז עבור מתמודדים ה"נתקעים" בניסיון לפתור את החידה.

נשמח לקבל פתרונות ותיעודי חשיבה!



חדש !!!



רוברט מרזנו ממדי הלמידה

- ✓ **ממדי הלמידה - לקראת הוראה מושכלת** הוא אחד מספרי היסוד של גישת ההבנייה מחדש (RESTRUCTURING).
- ✓ לעומת גישת ההוראה המסורתית שנקודת מוצאה היא בניית תוכניות לימודים המבוססת על חומר הלימודים ודרכי הגשתו לכיתה, על פי גישת ממדי הלמידה מבססים את ההתרחשות הכיתתית על ממדי הלמידה וההבנה של התלמידים.
- ✓ הספר מציג חמישה ממדי למידה עיקריים עליהם הוא משתית את ההוראה המושכלת.
- ✓ תרומתו הייחודית של הספר אשר לפנינו היא בשילוב ממדי הלמידה בתהליך הכיתתי.
- ✓ הספר מציב את המורים במרכז תהליך הלמידה בכיתה, מסייע בידיהם בלשון בהירה לתכנן את הלמידה, לבנות תוכניות כיתתיות הלכה למעשה, ולהעריך תהליכי למידה בכיתה.
- ✓ הספר מבוסס על תוצאות עדכניות של המחקר החינוכי-פסיכולוגי של תהליכי הלמידה ומאפשר למורים לבנות התרחשויות כיתתיות המיישמות את גישת ממדי הלמידה בכיתה.
- ✓ ממדי הלמידה היא תנועה חינוכית חשובה בבתי הספר בארצות הברית, בה משתפים פעולה חוקרים ומחנכים רבים
- ✓ מכון ברנקו וייס לטיפול החשיבה עיבד את החומר לכלל השתלמות מעשית המיועדת לאנשי חינוך בכל הרמות.

ד"ר רוברט מרזנו הוא סגן המנהל להכשרה ופיתוח של ה-MID Continent Regional Educational Laboratory באורורה, קולורדו. הוא מחברם של כמה וכמה ספרים בתחום הלמידה, הכתיבה והקריאה. בין היתר כתב יחד עם עמיתים את הספר **ממדי החשיבה** בהוצאת מכון ברנקו וייס (1998).