

פרק 11 היסקים תנאיים

האם ההיסקים האלה תקפים? מדוע? מה דומה בשניהם?

11.1

- (א) אם יבואו בניים למסיבה, אז בת־שבע תשמח.
יבואו בניים למסיבה.
∴ בת־שבע תשמח.
- (ב) אף אחד לא הכין שיעורי־בית.
אם אף אחד לא הכין שיעורי־בית, אז המורה תכעס.
∴ המורה תכעס.



הגדרה

טענת תנאי היא טענה מהצורה "אם כך־וכך, אז ככה־וככה". הטענה המובעת בסעיף המתחיל במלה 'אם' היא ה**רישא** של הטענה, וזו המובעת בסעיף המתחיל במלה 'אז' היא ה**סיפא** של הטענה.



לכך שירום ינעל מגפיים - כלומר, מספיק שירד גשם כדי שירום ינעל מגפיים. לעומת זאת, זה שירום ינעל מגפיים הוא תנאי הכרחי לכך שירד גשם מחר - כלומר, במקרה שירד גשם מחר, יורם ודאי ינעל מגפיים (או במלים אחרות - לא יכול להיות שירד גשם מחר, מבלי שירום ינעל מגפיים).

תנאים מספיקים והכרחיים

טענת תנאי קובעת שהרישא מהווה תנאי מספיק לסיפא, ושהסיפא מהווה תנאי הכרחי לרישא. הבה נניח, למשל, שאם ירד גשם מחר, אז יורם ינעל מגפיים. אם כן, זה שירד גשם מחר הוא תנאי מספיק

מה משותף לשני ההיסקים [(א) ר(ב)]? ראשית, בכל אחד מהם אחת ההקדמות היא טענת תנאי. שנית, בכל אחד משני ההיסקים יש הקדמה אחת נוספת, והיא הרישא של טענת התנאי. שלישית, המסקנה בכל היסק היא הסיפא של טענת התנאי. ברור, לפי משמעות המלים 'אם' ו'אז', שצירוף כזה תמיד מביטיח היסק תקף.

הגדרה

היסק בדרך החיוב (modus ponens) הוא היסק – תמיד תקף – שבו הקדמה אחת היא טענת תנאי, הקדמה שנייה היא הרישא של אותה טענת תנאי והמסקנה היא הסיפא:
אם כִּי־וּכַח אַז כַּה־וּכַח.
כִּי־וּכַח.
∴ כַּה־וּכַח.



שאלה למחשבה:

האם ניתן להוכיח על־פי תרשים ון שהיסק בדרך החיוב אכן תקף?



העובדה שכל היסק בדרך החיוב תקף היא אחד החוקים הלוגיים היסודיים והשימושיים ביותר. אולם אף־על־פי שחלק גדול מההיסקים שלנו הם מסוג זה, לא תמיד קל להבחין בכך. סיבה אחת היא שבמקרים רבים אחת הטענות אינה נטענת במפורש. למשל, מישוהו עשוי להביע את היסק (א) במלים אלה:
אתה שואל למה לחשוב שבת־שבע תשמח? כי אם יבואו בנים למסיבה, היא תשמח!

במקרה הזה הדובר מסתפק בהצגת טענת תנאי, בלי להציג במפורש, כהקדמה נפרדת, גם את הרישא שלה (אף שהוא מסתמך על הרישא לא פחות מאשר על טענת התנאי כדי להסיק את המסקנה).

סיבה נוספת לקושי להבחין במקרים רבים של היסק בדרך החיוב היא השימוש ב**גורסאות שונות** של טענת תנאי. במקום להגיד, למשל:
אם יבואו בנים למסיבה, אז בת־שבע תשמח.

אפשר לומר כל אחד מהמשפטים הבאים, ולהביע אותה הטענה:

במקרה שיבואו בנים למסיבה, בת־שבע תשמח.

בהנחה שיבואו בנים למסיבה, בת־שבע תשמח.

בתנאי שיבואו בנים למסיבה, בת־שבע תשמח.

בת־שבע תשמח, אם יבואו בנים למסיבה.

בת־שבע תשמח, במקרה שיבואו בנים למסיבה.

בת־שבע תשמח, בהנחה שיבואו בנים למסיבה.

בת־שבע תשמח, בתנאי שיבואו בנים למסיבה.

יש לשים לב לכך שהסדר כשלעצמו אינו קובע מהו הרישא ומהו הסיפא, כי אם התפקיד במשפט. הרי הרישא יכול לבוא לפני הסיפא, וגם הסיפא יכול לבוא לפני הרישא. מה שקובע הוא המקשר. הרישא הוא מה שבא אחרי המלה 'אם' והמלים הנרדפות לה, כגון: 'בהנחה ש-', 'בתנאי ש-', 'במקרה ש-' (בתנאי שמלים אלה באות לבדן, ללא קידומת כמו 'רק' - כגון בביטויים 'רק אם', 'רק בהנחה ש-').
הבחנה נכונה בין רישא לסיפא היא חיונית, היות שהחלפת כל אחד מהם בשני מניבה טענה שונה. הנה דוגמא ברורה לכך:

אם איזידורה גרה בתל־אביב, אז היא גרה בארץ.

זו טענה אמיתית ללא ספק, גם כשהיא מובעת בגרסה שונה, כגון:

איזידורה גרה בארץ, אם היא גרה בתל־אביב.

אבל אם נחליף רישא בסיפא וסיפא ברישא - וניצור את **המהופך** - התוצאה תהא:

אם איזידורה גרה בארץ, אז היא גרה בתל־אביב.

טענה זו אינה סבירה כמו הקודמת, לכן ברור שזו טענה אחרת.

חיוב הסיפא

אחד הכשלים הלוגיים המפורסמים ביותר - חיוב הסיפא - הוא למעשה בלבול בין טענת תנאי לבין המהופך שלה. "לחייב את הסיפא" זה להסיק מטענת תנאי והסיפא שלה את הרישא שלה - כלומר, היסק כזה:

אם כך־וכך, אז ככה־זככה.

ככה־זככה.

∴ כך־וכך.

לדוגמא:

אם יורד גשם, אלברט יושב בבית.

אלברט יושב בבית.

∴ יורד גשם.

ברור שהיסק זה אינו תקף, כי ההקדמות אינן קובעות שאלברט יושב בבית רק אם יורד גשם. כלומר ההקדמות מאפשרות שאלברט יושב בבית גם בנסיבות אחרות, שבהן לא יורד גשם - למשל, כאשר יש שרב. לפיכך, אין די בעובדה שאלברט

אם מותר לאיזבלה להיכנס, אז היא קנתה כרטיס.

אבל הטענה השנייה אינה משתמעת במפורש מהטענה הראשונה. כדי לראות זאת, הבה נניח שמותר להיכנס גם ללא כרטיס, בתנאי שבאים בתחפושת. אם כן, הטענה הראשונה אמיתית, אבל לא הטענה השנייה, כי יכול להיות שמותר לאיזבלה להיכנס לא מפני שקנתה כרטיס, אלא מפני שבאה בתחפושת.

יושב בבית כדי להוכיח שירד גשם.

אחת הסיבות שבגללן מבלבלים לפעמים בין טענת תנאי לבין המהופך שלה היא שלעתים, כשטוענים טענה אחת, מתכוונים בעצם גם לשנייה. למשל, סביר מאוד שמי שאומר,

אם איזבלה קנתה כרטיס, אז מותר לה להיכנס.

חושב גם כך:

שאלה למחשבה:

מה בין 'אם' לבין 'רק אם'? כיצד ניתן לנסח טענת 'רק אם' תוך שימוש במונחים 'אם' ו'אז', ללא המלה 'רק'?



מה עוד ניתן להסיק מטענת תנאי, חוץ מהסיפא על-פי הרישא?

11.2

אם יורד גשם. אלברט יושב בבית.
אלברט לא יושב בבית.
∴ לא יורד גשם.



היסק זה נפתח בטענת תנאי, כמו במקרה של היסק בדרך החיוב, אבל ההקדמה השנייה היא שלילת הסיפא, וזו מובילה לשלילת הרישא.

הגדרה

היסק בדרך השלילה (modus tollens) הוא היסק – תמיד תקף – שבו הקדמה אחת היא טענת תנאי, הקדמה שנייה היא שלילת הסיפא של אותה טענת תנאי, והמסקנה היא שלילת הרישא:
אם כד־זכך, אז ככה־זככה.
לא ככה־זככה.
∴ לא כד־זכך.



הגדרה

שלילת הרישא

כפי שמי שמחליף טענת תנאי במהופך שלה ומסיק מסקנה בדרך החיוב אשם בחיוב הסיפא, כך מי שמחליף טענת תנאי במהופך שלה ומסיק מסקנה בדרך השלילה אשם **בשלילת הרישא**. כלומר, אין להסיק כך:

אם כך־זכך, אז ככה־זככה.
לא כך־זכך.
∴ לא ככה־זככה.

דוגמא:

אם יורד גשם, אז אלברט יושב בבית.
לא יורד גשם.
∴ אלברט לא יושב בבית.



דרך השלילה היא הבסיס לסוג טיעון נפוץ מאוד, שבו אנחנו דוחים טענה על־סמך זה שהיא מובילה לתוצאה בלתי נסבלת. למשל:

אם קיים מספר טבעי שהוא הגדול ביותר, אז הוא חייב להיות גדול גם מהסכום של עצמו ועוד אחד; אך זה בלתי אפשרי – לכן לא קיים מספר כזה.

התוצאה הבלתי נסבלת יכולה להיות לא רק טענה לא מקובלת, אלא גם מצב לא רצוי. למשל:

אם הממשלה תנקוט את המדיניות המוצעת, יהיה אסון גדול למדינה. על־כן, חייבים לדחות את ההצעה בשתי ידיים.

הגדרה

הבאה לידי אבסורד (reductio ad absurdum) היא טיעון שבו דוחים טענה או דרך פעולה על־סמך זה שהיא מובילה לתוצאה בלתי נסבלת.



תרגילים

1. קבעו אם ההיסק הוא בדרך החיוב, בדרך השלילה, או לא זה ולא זה:
(א) אין אף אחד בבית, כי לו היה מישהו בבית, היינו רואים שם אורות דולקים, אבל לא רואים שם אורות.
(ב) ברור שיש מסיבה הערב, כי שמעון אמר כך; ואם שמעון אמר שיש, אז יש.
(ג) אם היא אוהבת אותו, היא תגיד לו. אבל היא לא אוהבת אותו. לכן, היא לא תגיד לו.
2. המציאו דוגמא של הבאה לידי אבסורד.
3. הביאו דוגמאות של היסק בדרך החיוב והיסק בדרך השלילה.

מבט מלמעלה

ראינו כיצד ניתן לבנות היסק תקף על בסיס טענת תנאי. טענת תנאי יחד עם הרישא שלה מספיקים כדי להסיק את הסיפא של טענת התנאי (היסק בדרך החיוב); וטענת תנאי יחד עם שלילת הסיפא שלה מספיקות כדי להסיק את שלילת הרישא של טענת התנאי (היסק בדרך השלילה). היסקים בדרך החיוב ובדרך השלילה מהווים משפחה נוספת של היסקים תקפים באופן דדוקטיבי, נוסף להיסקים אשר תקפותם מתבטאת בתרשימי ון. בפרק הבא נכיר משפחה אחרת של היסקים תקפים באופן דדוקטיבי.

