יחידה רביעית (שיעורים 15-17)

שוברים ת'ראש

חידת 10 הגפרורים

גם בחידה זו אפשר לנסות ולחזור ולנסות הרבה פעמים עד שמגיעים לפתרון. אבל, כפי שכבר למדנו, חבל לבזבז זמן בשיטת הניסוי והטעייה אם אפשר להגיע לפתרון בדרכים יותר אלגנטיות.

נייצג את מצב היעד באופן גרפי:

נשתמש שוב בטכניקה שהשתמשנו בה במקרים רבים בחידות היגיון - הליכה מן הסוף להתחלה. אם כך, מצב היעד הופך להיות מצב המוצא, ואילו מצב המוצא במקור הופך להיות מצב היעד:

עתה אנו נדרשים ללכת על־פי אותם חוקי תנועה, אבל בכיוון ההפוך. כלומר: כל גפרור "עליון" מדלג על שני גפרורים וחוזר למקומו המקורי. וכאן אנו רואים כי "2 גפרורים" אינם רק 2 גפרורים נפרדים: 
אלא גם 2 גפרורים מוצלבים: 

ההליכה בדרך הזאת קלה, פשוטה, והיא מגלה שאפשר לפתור את החידה ביותר מדרך אחת - לעומת ההליכה מן ההתחלה לסוף שהייתה יכולה לעורר בנו את המחשבה שמא אין פתרון לבעיה כלל.

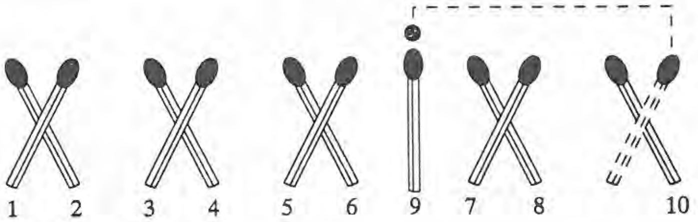
הנה דוגמה לפתרון אחד:

זה המצב ההתחלתי -

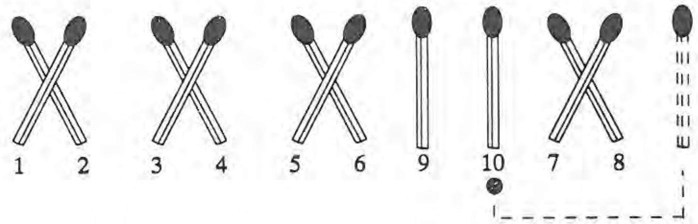
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

נרשום בכל שלב את הפעולה שאנו מבצעים.

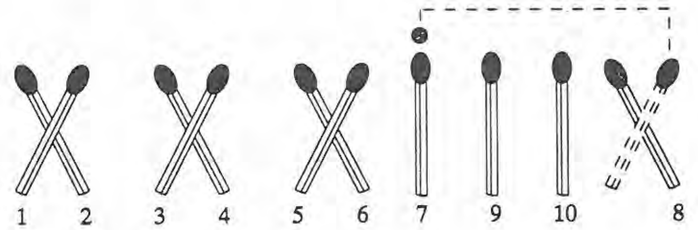
שלב א: גפרור מס' 9 מדלג
על גפרורים 8 ו־7 ונעמד לפניהם -



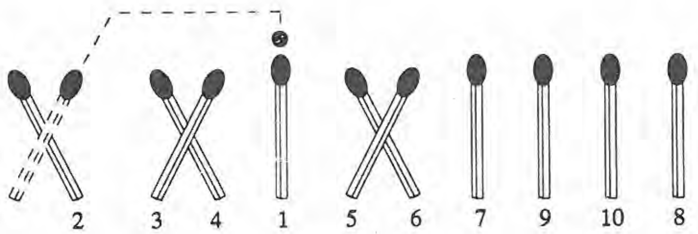
שלב ב: גפרור מס' 10 מדלג
על גפרורים 8 ו־7 ונעמד לפניהם -



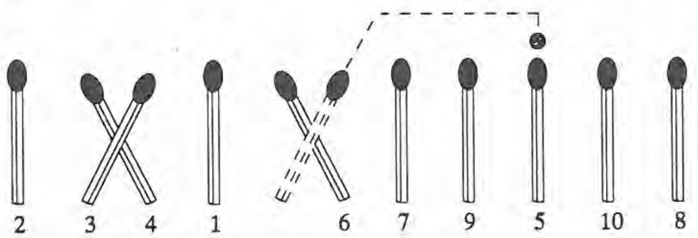
שלב ג: גפרור מס' 7 מדלג
על גפרורים 10 ו־9 ונעמד לפניהם -



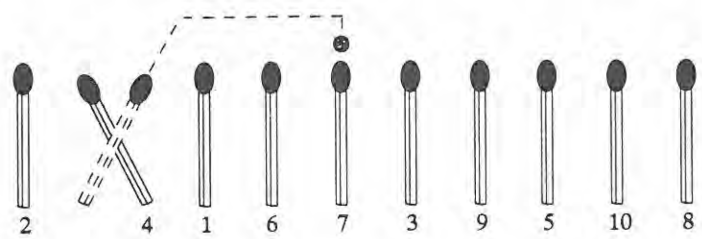
שלב ד: גפרור מס' 1
מדלג על גפרורים 3 ו־4 ונעמד אחריהם -



שלב ה: גפרור מס' 5
מדלג על גפרורים 7 ו־9 ונעמד אחריהם -



שלב ו: גפרור מס' 3
מדלג על גפרורים 1 ו־6 ונעמד אחריהם -



עתה כל־כך פשוט לראות את הדרך לפתרון - פשוט חוזרים על התהליך אבל בכיוון ההפוך.

חידת "איפה החצי?!"

גם בחידה זו לא כדאי ללכת מן ההתחלה אל הסוף אלא צריך קודם כול להגדיר את המצב המבוקש, מצב היעד: המצב המבוקש איננו המצב הסופי - הקנקל הריק - אלא המצב שבו הקנקל עדיין מלא עד מחציתו, **לאחר שאחד הילדים שתה את מחצית כמות המיץ**.

כלומר, אנחנו מחפשים נקודה על הקנקל, שתסמן את המקום אשר בו נפח הקנקל שמעל הנקודה שווה לנפח הקנקל שמתחתיה.
כיצד נדע היכן הנקודה המסמנת את מחצית נפח הקנקל?

מתברר שהדרישה מהפתרון מחייבת אותנו למצוא דרך למדוד את **נפח** הקנקל.

זוכרים?!
צריך לקרוא בקפדנות ולחפש את כל הנתונים שבחידה.

בחידה יש שלושה נתונים המרמזים על הדרך לפתרון:

א. הקנקל **פקוק** - כלומר, אפשר להעמיד אותו על ראשו מבלי שנפח הנוזל בתוכו ישתנה
ב. הקנקל **שקוף** - כלומר, אפשר לראות את גובה המיץ שבתוכו
ג. לילדים יש **מכשיר כתיבה** שמאפשר להם לסמן סימנים על הקנקל.

הנוזל שבקנקל ישמש מדד לנפח.

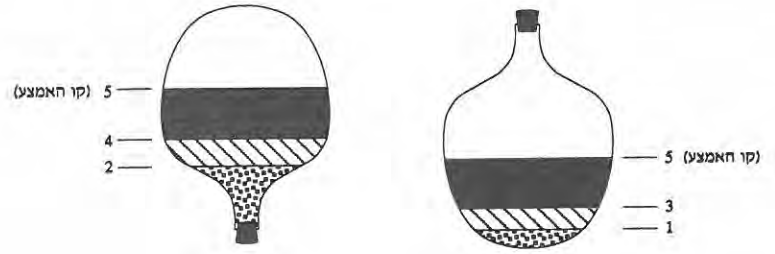
נזכור: נקודת האמצע של נפח הקנקל לצורך המצב המבוקש בחידה הזאת היא הנקודה שבה **נפח הנוזל** מצדה האחד של הנקודה (מתחתיה) יהיה שווה **לנפח האוויר** מצדה האחר (מעליה).

וזהו המצב שאנו מחפשים.

כדי להמחיש את השימוש בנוזל כמודד נפח נתחיל מן המצב הסופי - המצב שבו הקנקל ריק לגמרי. ננסה לסמן את נקודת האמצע על הקנקל באמצעות נוזל שאותו נמזוג לתוך הקנקל בשלבים. ניצוק לקנקל נוזל ונסמן באמצעות ה"לורד" את גובה פני הנוזל - פעם כאשר הקנקל עומד על בסיסו ופעם כשהוא עומד על ראשו, ונחזור על פעולה זו כמה פעמים, כשבכל פעם נוסיף לקנקל נוזל.

כאמור, נפח הנוזל נשאר קבוע גם כשהקנקל עומד על ראשו. כאשר הנקודה המסמנת את נפח הנוזל בחלקו התחתון של הקנקל תהיה **אותה נקודה** שתסמן את נפח הנוזל בחלקו העליון של הקנקל - נדע כי מצאנו את נקודת החצי של נפח הקנקל.

הנה כך:



שלב א: נשפוך לקנקל מעט נוזל, ונסמן את גובה פני הנוזל כשהקנקל עומד על בסיסו (1).

שלב ב: נפקוק את הקנקל ונהפוך אותו על ראשו, ונסמן גם הפעם את גובה פני הנוזל (2).

שלב ג: נשוב ונעמיד את הקנקל על בסיסו ונמזוג לתוכו כמות נוספת של נוזל - כלומר, אנו מגדילים את נפח הנוזל שבקנקל. נסמן את גובה פני הנוזל גם בנפחו החדש (3).

שלב ד: נהפוך שוב את הקנקל ונסמן עד להיכן מגיעים פני הנוזל עתה, כשהקנקל על ראשו (4).

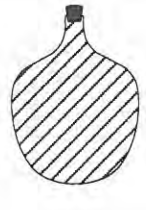
שלב ה: נחזור על הפעולה (מזיגת נוזל לקנקל וסימון גובה פני הנוזל בשני המצבים) - עד שנגיע למצב שבו הקו המציין את נפח הנוזל בחלקו התחתון של הקנקל יהיה **אותו קו עצמו** המציין את נפח הנוזל בחלקו העליון של הקנקל (ייתכן, כמובן, גם שנעבור את הקו ויהיה צורך לשפוך מעט מהנוזל).

כשהסימן המציין את נפח החלק העליון מתאחד עם הסימן המציין את נפח החלק התחתון - נדע שמצאנו את נקודת האמצע של נפח הקנקל.

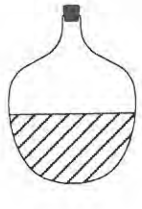
אבל בחידה שלנו לא נוכל ללכת בדיוק באותה דרך משום שהילדים אינם יכולים לעשות את הניסיון הזה בקנקל שלהם - מפני שהוא מלא מיץ שאותו, כזכור, הם מבקשים לשתות...

מה עושים?

הבה נתבונן שוב:
זהו מצב המוצא -
הקנקל מלא כולו מיץ



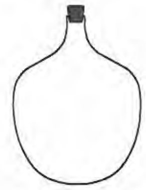
וזהו מצב היעד -
מחצית הקנקל ריקה (לאחר ששרון שתתה את חלקה) - ומחציתו מלאה (וממתינה לערן)



נחזור שוב להגדרת נקודת האמצע של נפח הקנקל לצורך המצב המבוקש בחידה הזאת: זוהי הנקודה שבה **נפח הנוזל** מצדה האחד של הנקודה (מתחתיה) שווה **לנפח האוויר** מצדה האחר (מעליה).

נתבונן שוב במצב המוצא שהשתמשנו בו בהסבר שלנו להדגמת שיטת סימון הנפח:
הקנקל ריק, או...

הוא **מלא** אוויר!



אם כך, אפשר להגדיר את מצב היעד המבוקש כמצב שבו - החצי התחתון של הקנקל מלא נוזל וחציו העליון **מלא אוויר**!

למעשה אין הבדל בין ההליכה מן הקנקל המלא לכיוון הקנקל ה"חצי-ריק" ובין ההליכה מן הקנקל הריק לכיוון הקנקל ה"חצי-מלא" - **זהו בעצם אותו תהליך, אבל בהיפוך**.

אם בבדיקה שלנו מילאנו את הקנקל עד חציו **בנוזל**, הרי שעל-פי הרעיון של ערן נמלא את הקנקל עד חציו **באוויר**, ונעשה זאת בכך ששרון תשתה מן הקנקל.

איך? הנה כך: שרון תשתה קצת. הילדים יסמנו את נפח האוויר שתופס את מקום המיץ שנשתה בשני המצבים - קנקל על בסיסו, קנקל (פקוק) על ראשו. שרון תמשיך ותשתה עוד קצת מיץ, ושוב יסמנו את הנפח החדש שהאוויר תופס, וכן הלאה - עד שהקו המסמן את נפח האוויר כשהקנקל עומד על בסיסו יהיה אותו קו עצמו המסמן את נפח האוויר כשהקנקל עומד על ראשו. כשהקו הזה יהיה אחד - ידעו השניים שהנפח העליון (מעל הקו) והנפח התחתון (מתחת לקו) **זהים**, וזוהי נקודת האמצע המבוקשת, ויגיע תורו של ערן לשתות.

ומה יהיה אם שרון תשתה יותר מהמחצית שמגיעה לה? אז כבר נצטרך לסמוך על חוש האבירות של ערן...

חושבים "גם... וגם"

חידת הזרקורים והנורות

במצב הנתון הזרקורים עונים על שתי דרישות:
דרישה עיקרית - ייצור אור בכל שעות הלילה;
דרישה נוספת - אספקת תאורה לאתר הבנייה מלמעלה.

ממבט ראשון נראה כי שתי הדרישות עולות בקנה אחד, אבל המציאות גילתה שיש ביניהן סתירה: כדי שהזרקורים יוכלו לייצר אור כל הלילה (דרישה ראשונה) יש צורך בתחזוקה שוטפת ויעילה; במצב הנוכחי, שבו הזרקורים קבועים גבוה מעל לאתר (על־מנת לענות על הדרישה השנייה) - הגישה אליהם קשה ומסוכנת ומצריכה משאבים רבים. תחזוקה זו הייתה יכולה להיות יעילה וקלה אילו הייתה גישה נוחה אל הזרקורים - נאמר, אילו היו מונחים על הקרקע - אבל מה יהיה אז על הדרישה השנייה האומרת שעל הזרקורים להאיר את אתר הבנייה מלמעלה?

ובכן, מה עושים?

זוכרים?! חשיבה יצירתית מאפשרת לנו לקבל פתרון מרבי, כלומר - פתרון שמכיל בו־זמנית שני יסודות מנוגדים ואפילו מהופכים זה לזה.

במקום לומר שהזרקורים יכולים להיות **או** למעלה **או** למטה - ננסה להפריד בין שתי הדרישות של הפתרון, כלומר, נפריד בין ייצור האור ובין אספקת התאורה מלמעלה.

א. הפתרון המסתמן הוא: **הזרקורים** יהיו אחראים רק על **ייצור אור**, ולכן הם יהיו על **הקרקע**;
ב. **מקור אור** ימוקם **גבוה**, על־מנת להאיר את האתר בצורה הטובה ביותר.

נשאלת השאלה: אם הזרקורים מצויים למטה, כיצד יבוא האור מלמעלה?
התשובה היא: האור יבוא גם מלמטה וגם מלמעלה בו־זמנית, באמצעות מראות שימוקמו מול הזרקורים על גבי עמודים גבוהים.

זהו פתרון מסוג "גם... וגם" המבוסס על כך שנראה כל דרישה לחוד ונענה עליה בנפרד, גם אם במבט ראשון נראה לנו הדבר כסתירה וכבלתי אפשרי.

חושבים אחרת

חידת ידית הקוצים

החידה הזאת איננה מסוג "חידה מחפשת פתרון" אלא מסוג "פתרון מחפש חידה". יש לנו פתרון מסוים ואנו מתבקשים להעלות השערות לגבי הבעיה שפתרון זה בא לפתור.

הדבר הבולט ביותר בידית הזאת הוא, כמובן, שיש עליה קוצים. בדרך־כלל ידיות הם חפצים שאוחזים בכף היד (ומכאן שמן), והן מסייעות לנו לאחיזה או לפתיחה. אבל ידית עם קוצים מגעה אינו נעים, ואין ספק שאינה מיועדת לאחיזה נוחה - נהפוך הוא.

סביר, אפוא, להניח שמי ששם קוצים על הידית הזאת בוודאי אינו מעוניין שישתמשו בה. כלומר, הדרישה היא: **אי־שימוש בידית.**

אבל אם לא רוצים שאנשים ישתמשו בידית הזאת הרי אפשר היה שלא להתקינה כלל! סימן שכן משתמשים בה. אם כך, לשם מה התקינו את הידית?

א. מן החידה עולות שתי נקודות - הצירוף של "ידית עם קוצים" מייצג שתי דרישות סותרות:
1. אי־שימוש
2. שימוש

ב. במוצר הזה הדרישה לאי־שימוש בולטת הרבה יותר מהדרישה לשימוש.

נשאל את עצמנו: באיזה מצב אנשים ישתמשו בידית כזאת למרות הקוצים? והתשובה היא: במצב חירום. למשל: כשהידית מותקנת על חלון המשמש רק ליציאה בשעת חירום.

חידת המגנט וגרגרי הפלדה

כאמור, זוהי חידה שלפתרונה יהיה עלינו להיעזר בננסים.

שלב א: נקרא לננסים ונגדיר את תפקידם: להסיר את גרגרי הפלדה מהמגנט, תוך קיום התנאים שלהלן -

* בלי להזיז את המגנט ממקומו
* בלי לפגוע בליטוש
* במהירות.

שלב ב: נאפיין את הננסים -

* איפה יפעלו?
* כיצד יבצעו את תפקידם?
* מאיזה חומר יהיו עשויים?

שלב ג: תשובות אפשריות -

* הננסים יכולים לפעול באוויר מעל המגנט
* הננסים יכולים לפעול על פני המגנט
* הננסים יכולים להתגלגל על המגנט בעדינות וללקט את גרגרי האבקה
* הננסים יכולים להדביק את גרגרי האבקה לגופם, לידיהם ולרגליהם
* הננסים יכולים להדביק את גרגרי האבקה זה לזה עד שיווצר מהם גוש
* הננסים יהיו מחומר רך, חלק, שיש לו יכולת להצמיד אליו דברים בלי דבק של ממש, כי דבק עלול ללכלך את המגנט.

לכל אלה צריך להוסיף דרישה רביעית: על הננסים להיות מחומר זמין, חומר שלא קשה להשיגו מהר ובכמויות הנדרשות.

ובכן, כיצד פתרה הכימאית את בעייתם של הפיזיקאים? - בעזרת פלסטלינה! היא לשה פלסטלינה לכדור וגלגלה אותה על פני המגנט. כל חלקיקי הפלדה נצמדו לפלסטלינה, ופני המגנט חזרו להיות נקיים, חלקים ומלוטשים כשהיו.

את המצאתה רשמה כפטנט: "שיטה לאיסוף גרגרי פלדה ממגנט מלוטש בעזרת פלסטלינה".

חושבים בבית

חידת המטבע המזויף

שלב א: הגדרת הדרישות מהפתרון

1. למצוא מטבע מזויף אחד מתוך תשעה מטבעות שווים בגודלם ובצורתם
2. להשתמש לשם כך במאזני אסל, כלומר, מאזניים שפעולתם מבוססת על שוויון המשקל של שתי הכפות
3. להגיע לפתרון תוך שתי שקילות בלבד.

שלב ב: חושבים

לפי הרמז ידוע לנו שהמטבע המזויף קל מהמטבעות האחרים.
במאזני אסל, אם מניחים על כפות המאזניים כמות שווה של מטבעות שכולם שווים זה לזה - הכפות תהיינה מאוזנות.
אילו היה למשה מספר זוגי של מטבעות, היה יכול לחלק אותן לשתי קבוצות שוות, והיה יודע בשקילה אחת בלבד באיזו קבוצה נמצא המטבע המזויף.
אבל למשה 9 מטבעות, ואי־אפשר לחלק אותן לשתי קבוצות שוות - לכן הוא זקוק ל־2 שקילות.

שלב ג: פתרון

1. נחלק את 9 המטבעות לשלוש קבוצות של 3 מטבעות:

ג ב א

2. **שקילה ראשונה:** נניח על המאזניים את מטבעות קבוצה א ואת מטבעות קבוצה ב.
   אם הכפות מאוזנות - הרי שהמטבע המזויף נמצא בקבוצה ג.
   אם הכפות אינן מאוזנות - הרי שהמטבע המזויף מצוי בכף הגבוהה.
   בשקילה הראשונה מצאנו אפוא באיזו קבוצת מטבעות נמצא המטבע המזויף.

3. **שקילה שנייה:** ניקח את קבוצת המטבעות שידוע לנו שהמטבע המזויף נמצא בה.
   נניח על כפות המאזניים מטבע אחד על כל כף.
   ושוב נבדוק:
   אם הכפות מאוזנות - הרי שהמטבע המזויף הוא המטבע השלישי, המטבע שלא שקלנו.
   אם הכפות אינן מאוזנות - הרי שהמטבע המזויף הוא המטבע שעל הכף הגבוהה.