

יחידה ראשונה (שיעורים 3-7)

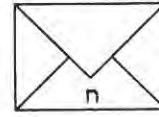
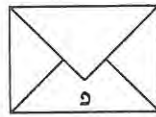
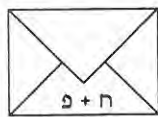
שוברים ת'ראש

חידת המעטפות (גרסה ראשונה)

שלב א: מה כן?

נצייר את פרטי החידה.

הנה המעטפות שקיבל דרי שקד מהמזכירה:



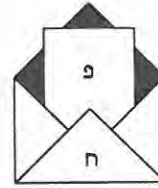
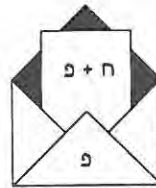
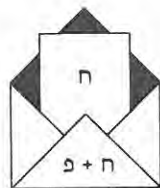
בציור הזה: האות פ מציינת את המלה פתרונות

האות ח מציינת את המלה חידות

והאותיות פ+ח מציינות חידות+פתרונות.

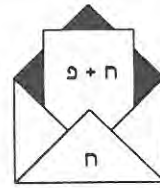
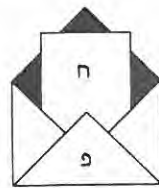
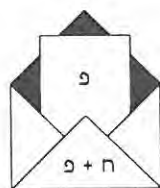
והנה מה שהיה בתוך כל אחת מן המעטפות:

אפשרות א:



זאת אפשרות אחת. אבל ישנה אפשרות נוספת.

אפשרות ב:



2-4 פתרונות

עתה כשהציורים לפנינו קל לנו יותר לבדוק את האפשרויות השונות.

לדוגמה: נתייחס לאפשרות א'. ניקח את המעטפה שכתוב עליה פתרונות (פ) ונראה מה יכול להיות בה (כי על-פי פרטי החידה **אין בה פתרונות**). על-פי הציורים אנו רואים כי במעטפה הזו יכולים להיות חידות+פתרונות (ח+פ) או חידות (ח). נניח שיש בה חידות+פתרונות. מה נשאר, אם כך, למעטפה שכתוב עליה חידות (ח)?

זכרו **שכל** המעטפות **אינן** מכילות את מה שכתוב עליהן. במעטפה ח, אם כך, יכולים להימצא רק הפתרונות (פ).
ואם כך, מה נותר במעטפה ח+פ (חידות+פתרונות)? כמוכן החידות (ח).

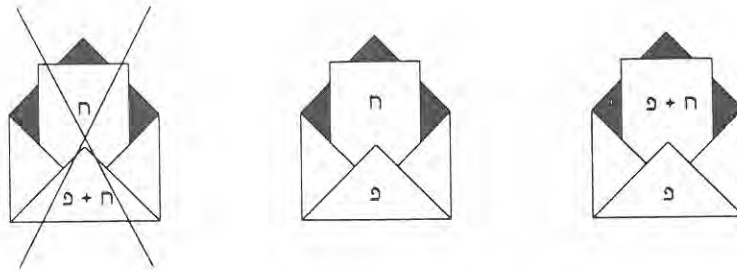
עתה נתייחס לאפשרות ב'. יש גם אפשרות שכשנפתח את מעטפה פ (פתרונות) נמצא בתוכה חידות (ח) ואז במעטפה ח (חידות) נמצא דווקא חידות+פתרונות (ח+פ) ובמעטפה השלישית ח+פ (חידות+פתרונות) יימצאו כמוכן הפתרונות (פ).

דבר אחד ברור: בשתי האפשרויות במעטפה ח+פ (חידות+פתרונות) יש חידות (ח) או פתרונות (פ) אך **אין** בה חידות+פתרונות.
ואנחנו הרי מחפשים דווקא את הדף שבו חידות+פתרונות.
אז כיצד נמצא אותו בהצצה במעטפה אחת בלבד?

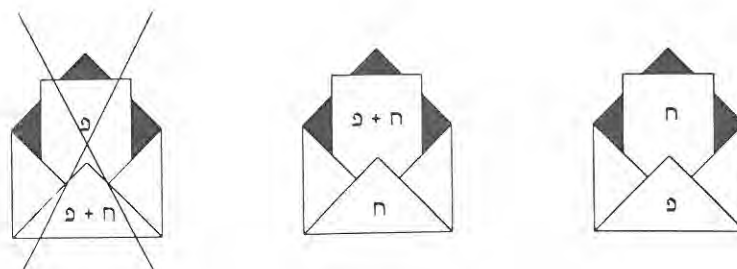
שלב ב: מה לא!?

אם מותר לנו להציץ פעם אחת בלבד, רצוי שנחשוב באיזו מעטפה לא כדאי לנו להציץ.
ובכן: במעטפה ח+פ (חידות+פתרונות) אין טעם להציץ, משום שראינו שאין בה את הדף שאנו מחפשים. נסמן, אם כך, x על המעטפה ח+פ בשתי האפשרויות, כלומר: את המעטפה הזו **לא נפתח!**

אפשרות א:



אפשרות ב:



שלב ג: אז מה נשאר?

נשארו שתי מעטפות. אז את איזו כדאי לפתוח? אין זה משנה.
נניח שנלך על-פי אפשרות א' ונפתח את המעטפה שכתוב עליה פ (פתרונות). במעטפה זו אכן נמצאים החידות+פתרונות (ח+פ) ולפיכך פתרנו את החידה.

אבל באותה מידה אפשר גם לפתוח את המעטפה שכתוב עליה ח (חידות).
בתוך מעטפה זו נמצא (לפי אפשרות א') את הפתרונות (פ). ושוב התשובה בידינו משום שאם הדף המבוקש (ח+פ) אינו מצוי במעטפה זו הרי שהוא חייב להימצא במעטפה פ (אין אפשרות אחרת משום שבמעטפה ח+פ הוא אינו נמצא).

אותו תהליך נכון גם לגבי אפשרות ב'.

נסכם את השלבים שלפיהם פעלנו בפתרון חידת המעטפות:

1. ייצגנו גרפית את פרטי החידה - 2 אפשרויות
2. הסקנו מסקנות מפרטי החידה - כלומר שהדף המבוקש ח+פ אינו מצוי במעטפה שעליה רשום ח+פ
3. המסקנה הנ"ל הובילה אותנו לסינון מהסוג של **מה לא*** לפתוח, ובכך הצטמצמו האפשרויות
4. פתחנו מעטפה אחת מתוך השתיים הנותרות (ח או פ)
(א) מצאנו את הדף המבוקש במעטפה שפתחנו - וכך פתרנו את החידה
או
(ב) לא מצאנו את הדף המבוקש במעטפה שפתחנו והסקנו שהדף המבוקש מצוי במעטפה השנייה
פתרנו את החידה.

זוהי רק דרך אחת לפתרון.
ייתכן שמישהו מכס הגיע לפתרון בדרך אחרת.

***אלימינציה:** שיטת סינון על דרך השלילה - מה לא כדאי לעשות, או מה לא מתאים וכו'.

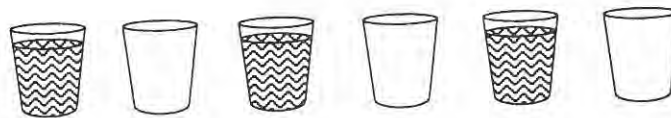
חידת הכוסות

שלב א: מציירים את פרטי החידה
נצייר את המצב ההתחלתי לעומת המצב הסופי:

מצב התחלתי



מצב סופי



שלב ב: בודקים את הדרישה מהפתרון
הגדרת הדרישה מהפתרון: שהשינוי מהמצב ההתחלתי למצב הסופי יתבצע בעזרת הזזת כלי אחד בלבד.

שלב ג: מתבוננים במצב המוצא מול מצב היעד
הערכת מצב: כששני המצבים מיוצגים זה בצד זה באמצעות ציור, קל להבחין בכך שיש להציב את כוס מס' 2 במקומה של כוס מס' 5 כדי למלא את דרישת החידה.

שלב ד: מסיקים מסקנה
מסקנה: אם נשפוך את המים מכוס מס' 5 לכוס מס' 2 נגיע למצב הרצוי.

חידת הכלב, הארנב וסלט הגזר

שלב א: נצייר את המצב ההתחלתי ואת המצב הסופי



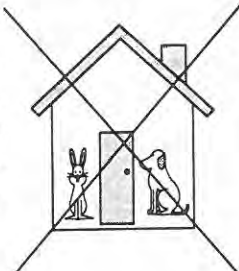
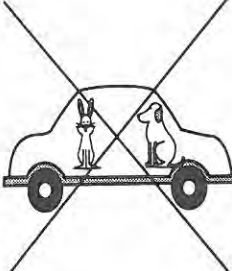
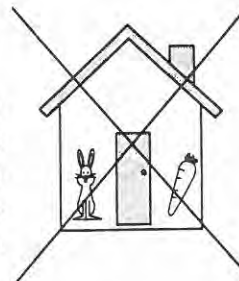
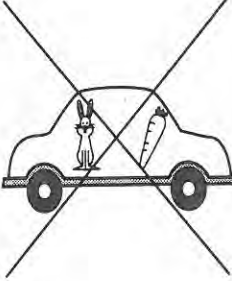
שלב ב: נצייר את הדרישות מהפתרון

הדרישות מהפתרון הן משני סוגים:

1. מה אסור שיהיה

2. מה מותר שיהיה

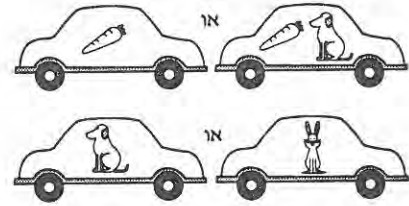
1. הנה הציורים של "מה אסור שיהיה"

| | | |
|---|---|--|
| <p>הכלב והארנב אינם יכולים להישאר בבית יחד וללא השגחת יעקב;</p>  | <p>על-פי דרישות החידה - ארבעת המצבים המצוירים אינם אפשריים</p>  | <p>הכלב והארנב אינם יכולים להישאר במכונית יחד וללא השגחת יעקב;</p> |
| <p>הארנב והגזר אינם יכולים להישאר בבית יחד ללא השגחת יעקב.</p>  |  | <p>הארנב והגזר אינם יכולים להישאר במכונית יחד ללא השגחת יעקב;</p> |

2. והנה הציורים של "מה מותר שיהיה"



במכונית בלי יעקב



שמות המצבים האלה
אפשריים על-פי
דרישות החידה

ואפשר להציג את פרטי החידה גם באמצעות טבלה:

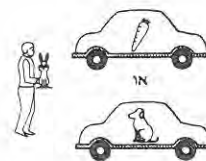
| מי עם מי? (ללא-יעקב) | ארנב | כלב | גזר |
|-------------------------|------|-----|-----|
| ארנב | X | לא | לא |
| כלב | לא | X | כן |
| גזר | לא | כן | X |

שלב ג: ההעברה

כאמור, יעקב יכול לקחת בכל פעם רק משהו אחד, ולכן -
1. שלב ההעברה הראשון הוא:



יעקב לוקח את הארנב
לבית; במכונית נשארים
כלב + גזר; יעקב חוזר
למכונית לבדו.



2. שלב ההעברה השני:

יעקב לוקח את הכלב
(או את הגזר - אפשר
לצייר את שני המקרים
בנפרד) ומחזיר את
הארנב למכונית.

בדיקת ביניים:

הכלב והארנב נמצאים יחד בבית רק בנוכחות יעקב, וכשהוא חוזר למכונית הוא לוקח את הארנב אתו. עכשיו הארנב נמצא במכונית עם הגזר - אבל גם הפעם יעקב נוכח במקום, כך שתנאי החידה נשמרים.

3. שלב ההעברה השלישי:

יעקב לוקח לבית את הגזר או הכלב, תלוי את מי העביר בשלב קודם; הארנב נשאר במכונית לבדו; יעקב חוזר למכונית.



יעקב חוזר למכונית לבד.

4. שלב העברה רביעי ואחרון:

יעקב לוקח לבית גם את הארנב - ונשאר בבית עם כל השלושה.



שימו לב: הדבר החשוב הוא שבשלב 1 עובר הארנב לבית ובשלב 2 - כשהכלב או הגזר עוברים לבית - הארנב חוזר למכונית. בשלב 2 הגזר יכול לעבור במקום הכלב ואז בשלב 3 יעבור הכלב במקום הגזר. כלומר, פריצת הדרך המחשבתית מתרחשת כשתופסים שיעקב יכול לא רק לקחת מישהו או משהו מהמכונית אל הבית, אלא גם להיפך - מהבית למכונית.

פריצת דרך זו מסתמנת בבירור כשמציירים את המצבים. כאשר מסתכלים מן הצד האחד על המצבים המותרים. ומן הצד האחר על המצבים האסורים, עולה המסקנה הבאה: על-פי דרישות החידה הארנב אינו יכול, בשום מצב, להישאר בלי יעקב ועם אחד משני הדברים האחרים. כלומר:

- א. אם במכונית נמצאים הכלב, הגזר והארנב, ברגע שיעקב יוצא מהמכונית הוא צריך להוציא ממנה את הארנב.
- ב. אם בבית נמצאים הכלב או הגזר או שניהם עם הארנב, ברגע שיעקב יוצא מהבית הוא צריך שוב להוציא משם גם את הארנב.

לפיכך ברור שהארנב צריך לצאת מהמכונית עם תחילת הפתרון, כי יעקב יוצא מהמכונית, ולכן הארנב הוא הראשון שיעקב לוקח לבית. אך הארנב לא יכול להיות בבית בשלב האמצעי של הפתרון, לפני שיעקב נכנס הביתה, ולכן הארנב הוא האחרון שצריך להגיע אל הבית. מכאן שהארנב עושה את הדרך פעמיים: הלוך וחזור!

בדרך פתרון זו הלכנו, אפוא, בשני כיוונים: תחילה הלכנו מהמצב ההתחלתי לעבר המצב הסופי, וגילינו שהארנב הוא הראשון שצריך לצאת מהמצב ההתחלתי. אחר-כך הלכנו מהמצב הסופי לעבר המצב ההתחלתי, ואז גילינו שהארנב הוא האחרון שצריך להגיע למצב הסופי. כל כיוון נתן לנו חלק מן המידע הדרוש לפתרון.

במהלך הפתרון עצרנו לצורך בדיקת ביניים. בדיקה זו הייתה חשובה כדי לוודא שאנו אכן צועדים בכיוון הנכון ועל-פי הדרישות מן הפתרון. בשאלות סבוכות מסוג כזה, ובוודאי שבשאלות סבוכות יותר, רצוי מאוד לעצור ולבצע בדיקות ביניים כאלו.

כך גם לגבי הפתרון עצמו. משהגענו לפתרון עלינו לבדוק היטב אם עמדנו בכל הדרישות בדרך לפתרון ואם הוא אכן הפתרון המבוקש.

חשוב!

הדרך שהבאנו כאן היא הצעה אחת לפתרון. ייתכן מאוד שהשתמשתם בשיטה אחרת. חשוב מאוד להציג ולשמוע את הדרכים השונות לפתרון, שכן בצורה כזו תוכלו ללמוד שיטות נוספות ולהרחיב את 'מאגר השיטות' במוחכם.

חידת הסירות *

השאלה הייתה - איזו סירה תגיע קודם, זו שבנהר המהיר או זו שבנהר האטי. מניסוח החידה עולה שהסירות שטות תחילה במורד הנהרות, כלומר יחד עם הזרם, ולאחר-מכן הן עולות במעלה הנהרות, כלומר נגד הזרם. במבט ראשון נראה, אפוא, הגיוני לשער שהסירות תגענה באותו הזמן, משום שתרומת הזרם המהיר למהירות הסירה בדרך הלך מתקזזת בדרך חזור, כי הסירה צריכה להתגבר על התנגדות יותר גדולה שמאיטה את מהירותה, ואולם יש לבדוק השערה זאת היטב היטב.

כדי לפתור את הבעיה הזאת באופן הגיוני ומהיר, ללא חישובים, נשתמש בתכסיס של חשיבה המצאתית (שאותו נלמד בהמשך) - **הקצנה**. אם נגדיל את מהירות הזרם, למשל, בנהר המהיר ונאמר שהיא שווה למהירות הסירה, הרי שבדרך חזרה תתבטל מהירות הסירה בשל מהירות הזרם - מה שאומר שהסירה לא תחזור אף פעם. אולם הדרישה מהפתרון היא שהסירות תחזורנה, **כלומר, הבעיה היא בדרך חזרה**.

ההיגיון אומר שככל שמהירות הזרם קרובה למהירות הסירה יארך הזמן שייקח לה לחזור אי-פעם; מכאן אפשר לשער עוד, שככל שהזרם בנחל חלש יותר - כך תחזור הסירה מהר יותר. בעצם, באופן עקרוני, הזמן של הדרך הלך פחות משמעותי מהזמן של הדרך חזור, עד כדי כך שאפשר אפילו לומר שזמן ההלך זניח.

האינטואיציה, אם כן, שהובילה אותנו לתשובה מהירה ש"הסירות תגענה באותו זמן" - הייתה שגויה! דווקא הסירה השטה בנהר האטי תגיע ראשונה.

מסקנה: ניתוח החידה והבהרת הנתונים לפני ש"קופצים" לפתרון מיידי הם תנאים חיוניים לפתרון נכון של בעיות. המחשבה - מה יהיה אם מהירות הזרם גדולה ממהירות הסירה או שווה לה, מראה מיד שהחידה אינה פשוטה כפי שנראתה במבט ראשון.

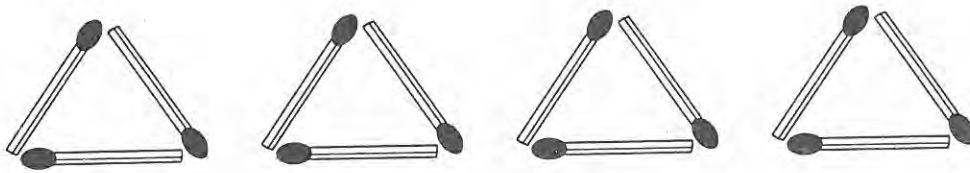
* תלוי ברמת הכיתה

חושבים אחרת

חידת הגפרורים

המשולש הראשון אמנם נתון ואין להזיזו, אך בעצם עומדים לרשותנו 6 גפרורים לבניית 4 משולשים שווים-צלעות.

בשאלה זו לא ידוע לנו המצב הסופי המבוקש ולכן איננו יכולים להדגים אותו בציור; אך בכל זאת ניתן לצייר חלק מהדרישות כך:



אנחנו רואים כי ל-4 משולשים 12 צלעות. כלומר אנו זקוקים ל-12 גפרורים כדי לבצע את המשימה על-פי הדרישות (הרי אסור לשבור גפרורים), אבל ברשותנו רק: 3 גפרורים במשולש נתון + 3 גפרורים נוספים.

נחשוב:

איך אפשר לבנות 12 צלעות בעזרת 6 גפרורים? (זכרו, אסור לשבור את הגפרורים!) כל גפרור ישמש כצלע של 2 משולשים! בסדר. זאת אפשרות טובה ומעניינת! ננסה.

על השולחן, בצורה דו-ממדית, אין אפשרות לבנות זאת. את זה רואים מיד עם בניית המשולש הראשון.

אז איך אפשר בכל זאת שכל גפרור ישמש צלע משותפת ל-2 משולשים? בבנייה מרחבית, תלת-ממדית!

אם כן, צריך לעזוב את הדו-ממדי ולעבור לתלת-ממדי, לפרוץ מן התפיסה ה"מישורית" ששבתה אותנו ולעבור לצורת חשיבה אחרת, ובמקרה הזה - לחשיבה "מרחבית".

תפיסה מישורית - מתייחסת לכל הקווים כאילו הם נמצאים על הדף. תפיסה זו נקראת גם "תפיסה דו-ממדית".

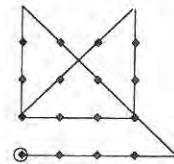
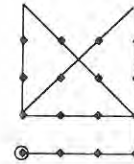
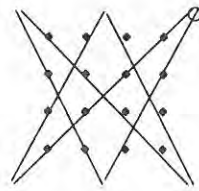
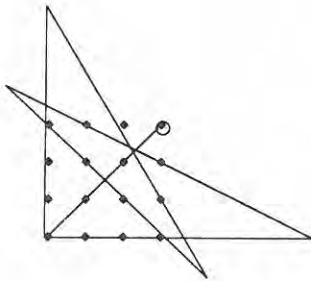
תפיסה מרחבית - או חשיבה מרחבית, מרשה לנו לבנות קווים מחוץ למישור הדף, כלומר - מעל הדף. תפיסה זו נקראת גם "תפיסה תלת-ממדית".

חידת 16 הנקודות

כאן צריך לצאת מן המסגרת הריבועית ש־16 הנקודות "מרמזות" עליה, ולחפש את הפתרון מחוץ ל"ריבוע". גם הפעם אנחנו צריכים לחשוב בדרך שונה מהרגלנו ולראות את שטח הדף כולו כשדה הפעולה שלנו.



פתרונות אפשריים



חושבים בבית

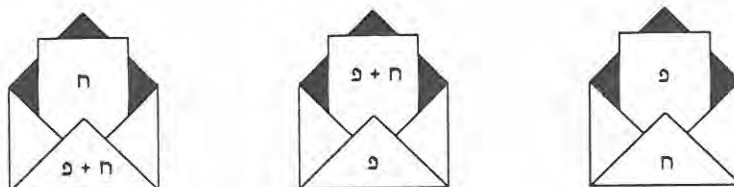
חידת 3 המעטפות (גרסה שנייה)

שלב א - יש לזכור:

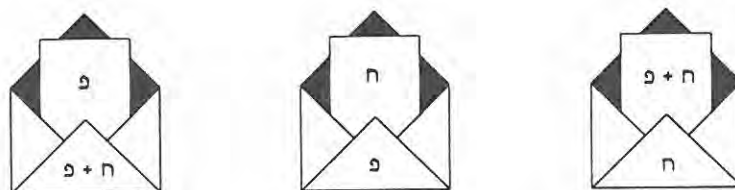
1. שכל המדבקות על המעטפות שגויות!
2. שהדרישה מהפתרון היא שנבחר מראש - בלי להציץ במעטפות כלל - איזו מעטפה אחת בלבד יש לפתוח כדי לדעת מה יש בכל המעטפות.

שלב ב - המחשה גרפית:

אפשרות א:



אפשרות ב:



שלב ג - בדיקת נתונים:

ובכן, שלא כמו בחידת המעטפות בגרסה הראשונה, אם נתבונן בציור נראה כי מתוך מעטפות 1 ו-2 - באחת מהן יכולות להיות **חידות** + **פתרונות**, ובשנייה **חידות** או **פתרונות**. לכן, אם נפתח כל אחת משתיהן (את 1 או את 2) עדיין יכול להיות מצב שבו לא נדע מה בדיוק יש ב-2 המעטפות הנותרות - מצב שלא יאפשר לנו לקיים את דרישות החידה מהפתרון.

לפיכך נפתח את מעטפה מס' 3. עכשיו, אם נמצא במעטפה זו את **הפתרונות**, נוכל להסיק כי במעטפה המסומנת בתווית "**פתרונות**" מצויות החידות - משום שהחידות לא נמצאות, כמובן, במעטפת "**חידות**", ואילו במעטפת "**חידות**" יש **חידות** + **פתרונות**, כי הלא כבר ראינו שהללו אינם במעטפה שבה הם צריכים להיות.

לחילופין, אם נמצא במעטפה זו את אפשרות ב', נוכל להסיק כי במעטפת "**פתרונות**" נמצאים **חידות** + **פתרונות** (שהרי **פתרונות** אינם כאן) ובמעטפת "**חידות**" נמצאים **הפתרונות** - כי זה מה שנשאר...